# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $f(0)=-3$ ; $f(3)=0$

**2.** $A+C=2B$; $A+B+C=180^0 \Rightarrow 3B=180^0 \Rightarrow B=60^0$

**3.** $a<0 \Rightarrow f$ admite maxim ; $\Delta=4$ ; $x_{max}=\frac{-b}{2a}=-1$ ; $y_{max}=\frac{-\Delta}{4a}=1$

**4.** $3x-4<14 \Rightarrow 3x<18 \Rightarrow x<6 \Rightarrow A=\{1,2,3,4,5\} \Rightarrow prob.=\frac{2}{5}$

**5.** $\begin{cases} 2x-y+3=0 \\ x-y+5=0 \end{cases} \Rightarrow x-2=0 \Rightarrow x=2 \Rightarrow y=7 \Rightarrow P(2,7)$ ; $m=1$

$\Rightarrow d: y-7=m(x-2) \Rightarrow d: y-7=x-2 \Rightarrow d: y=x+5$

**6.** $\sqrt{x-1}+\sqrt{3-x}=2$ . $x-1\geq 0 \Rightarrow x\geq 1 \Rightarrow x\in[1,+\infty)$; $3-x\geq 0 \Rightarrow x\leq 3 \Rightarrow x\in(-\infty,3]$;

$x\in[1,+\infty)\cap(-\infty,3] \Rightarrow x\in[1,3]$ ; $x-1+3-x+2\sqrt{(x-1)(3-x)}=4 \Rightarrow \sqrt{(x-1)(3-x)}=1 \Rightarrow -x^2+4x-4=0$

$\Rightarrow x_1=x_2=2\in[1,3]$

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $2x-1\geq 0\Rightarrow x\in\left[\frac{1}{2},\infty\right);\ 2x-1=1\Rightarrow 2x=2\Rightarrow x=1.$

**2.** $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=2\vec{i}+3\vec{j}$

**3.** $\frac{1-3x}{3}>1\Leftrightarrow x\in\left(-\infty;-\frac{2}{3}\right)$

**4.** $\frac{2^{n+2}-1}{2-1}=1023\Rightarrow 2^{n+2}=1024\Rightarrow 2^{n+2}=2^{10}\Rightarrow n+2=10\Rightarrow n=8.$

**5.** $S=3, P=a\Rightarrow 2S+5P=0\Rightarrow 6+5a=0\Rightarrow a=\frac{-6}{5}$

**6.** $\cos B=\frac{c}{a};\cos C=\frac{b}{a}\Rightarrow \cos^2 B+\cos^2 C=\frac{c^2}{a^2}+\frac{b^2}{a^2}=1$

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** Probabilitatea $= \frac{2}{5}$

**2.** $x_A = \frac{x_B + x_M}{2} \Rightarrow 3 = \frac{-1 + x_M}{2} \Rightarrow x_M = 7; y_A = \frac{y_B + y_M}{2} \Rightarrow -5 = \frac{6 + y_M}{2} \Rightarrow y_M = -16 \Rightarrow M(7,-16)$

**3.** $a_1 = 1; r = 10 \Rightarrow S_{10} = \frac{(a_1 + a_{10})10}{2} = \frac{(1+91)10}{2} = 460$

**4.** $x^2 + 2x - 3 = x - 1 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow x_1 = 1; x_2 = -2 \Rightarrow (1,0), (-2,-3).$

**5.** $\cos(180^0 - x) = -\cos x \Rightarrow \cos 1^0 + \cos 2^0 + ... + \cos 89^0 + \cos 90^0 - \cos 89^0 - ... - \cos 2^0 - \cos 1^0 = \cos 90^0 = 0$

**6.** $\left(\frac{5}{22}\right)^{2x-3} = \left(\frac{22}{5}\right)^{3x-2} \Rightarrow 2x - 3 = -3x + 2 \Rightarrow x = 1$

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** probabilitatea $= \frac{1}{2}$

**2.** $f(0) = -4;\ f(4) = 0$

**3.** $S = 2; P = -1 \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = S^2 - 2P = 6 \in \mathbb{Z}$

**4.** $x^2 - 15x \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty, 0] \cup [15, \infty);\ \lg(x^2 - 15x) = \lg 100 \Rightarrow x^2 - 15x - 100 = 0 \Rightarrow x_1 = 20; x_2 = -5$

**5.** $m_{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow AB: y - 6 = \frac{1}{2}(x - 3);\ C(4, a) \in AB \Leftrightarrow a - 6 = \frac{1}{2}(4 - 3) \Rightarrow a = \frac{13}{2}$

**6.** $\sin(180^0 - x) = \sin x \Rightarrow \sqrt{2}(\sin 45^0 + \sin 45^0) = \sqrt{2}(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}) = 2$

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $f(2)=3;\ f(5)=9$

**2.** $\frac{5}{2x-1}\in\mathbb{Z}\Rightarrow 2x-1\in\{\pm1;\pm5\}\Rightarrow x\in\{-2;0;1;3\}\subset\mathbb{Z}$

**3.** $S=\frac{3}{2};P=\frac{-3}{2}\Rightarrow x_1^2+x_2^2=S^2-2P=\frac{21}{4}$

**4.** $2x^2-x-1>0\Rightarrow x\in(-\infty,-\frac{1}{2})\cup(1,+\infty);\ \log_5(2x^2-x-1)=\log_5 5\Rightarrow 2x^2-x-1=5\Rightarrow 2x^2-x-6=0\Rightarrow$

$x_1=2;x_2=-\frac{3}{2}$

**5.** $m_{AB}=-\frac{1}{4}\Rightarrow AB: x+4y-7=0$

**6.** $\cos 120^0=\cos(180^0-60^0)=-\cos 60^0=-\frac{1}{2};\ BC^2=AC^2+AB^2-2AC\cdot AB\cos A=300\Rightarrow BC=10\sqrt{3}$

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $\frac{a}{3}=\frac{2}{1}\Rightarrow a=6$

**2.** $2x-3<5\Rightarrow x<4\Rightarrow x\in(-\infty,4)\cap\mathbb{N}\Rightarrow x\in\{0,1,2,3\}$

**3.** $E=\frac{2^{2n}+2\cdot 2^n+1}{2^n+1}=\frac{\left(2^n+1\right)^2}{2^n+1}=2^n+1\in\mathbb{N}$

**4.** $x+y+1=0\Rightarrow m=-1\Rightarrow m_d=1\Rightarrow d: y+1=x-1\Rightarrow -x+y+2=0$

**5.** $AB^2=BC^2+AC^2-2BC\cdot AC\cos C=9+25-2\cdot 3\cdot 5\cdot(-\frac{1}{2})=49\Rightarrow AB=7$

**6.** $x\geq 0\,;\,2^{x-\sqrt{x}}=\left(\frac{1}{4}\right)^{-1}\Rightarrow x-\sqrt{x}=2\Rightarrow x-2=\sqrt{x}\,;\ x-2\geq 0\Rightarrow x\in[2,\infty)$

$(x-2)^2=x\Rightarrow x^2-5x+4=0\Rightarrow x_1=4\,;\,x_2=1\notin[2,\infty)$

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $x+1\geq 0\Rightarrow x\in[-1,+\infty)$; $x+1=9\Rightarrow x=8\in[-1,+\infty)$

**2.** $\frac{a-1}{4}=\frac{1}{2}\Rightarrow 2a-2=4\Rightarrow 2a=6\Rightarrow a=3$

**3.** $a_1=1; r=4; a_n=8029\Rightarrow a_1+(n-1)r=8029\Rightarrow n=2008$; $S_{2008}=\frac{(a_1+a_{2008})\cdot 2008}{2}=8030\cdot 1004=8062120$

**4.** $AB^2=BC^2-AC^2=27\Rightarrow AB=3\sqrt{3}$; $P=3+6+3\sqrt{3}=9+3\sqrt{3}$

**5.** $x+2\leq 7\Rightarrow x\leq 5\Rightarrow x\in(-\infty,5]\cap\mathbb{N}^*\Rightarrow A=\{1,2,3,4,5\}$; $\frac{6}{x-1}\in\mathbb{N}\Leftrightarrow x-1\in D_6=\{1,2,3,6\}\Rightarrow B=\{2,3,4,7\}$,
$A\cap B=\{2,3,4\}$

**6.** $x_V=-\frac{m+1}{m}; y_V=-\frac{1}{m}; \Delta=4; y_V=x_V+1\Rightarrow V\in d: y=x+1$

Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $(2^5 \cdot 2^3)^4 : 2^{30} - 2^2 + 2^0 = 2^{32} : 2^{30} - 2^2 + 1 = 2^2 - 2^2 + 1 = 1$

**2.** $r = 2; y = \frac{1+5}{2} = 3; x = 1 - 2 = -1$

**3.** $x_M = \frac{-1+1}{2} = 0; y_M = \frac{0+2}{2} = 1 \Rightarrow M(0,1)$; $m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = -1$; $m_d \cdot m_{AB} = -1 \Rightarrow m_d = 1 \Rightarrow d : x - y + 1 = 0$

**4.** $n(n+1)(n+2) = 210 \Leftrightarrow n = 5$

**5.** $a = -1 < 0 \Rightarrow f$ admite maxim; $\Delta = 25$; $x_{\max} = \frac{3}{2}; y_{\max} = \frac{25}{4}$. Deci pentru $x \in \left(-\infty, \frac{3}{2}\right]$ $f$ este crescătoare și pentru $x \in \left[\frac{3}{2}, \infty\right)$ $f$ este descrescătoare.

**6.** $x + 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1; 3 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 3 \Rightarrow x \in [-1, 3]$;

$x + 1 + 3 - x + 2\sqrt{(x+1)(3-x)} = 4 \Rightarrow \sqrt{(x+1)(3-x)} = 0 \Rightarrow x_1 = -1; x_2 = 3$

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $S=0; P=-1 \Rightarrow x^2-1=0 \Rightarrow x_1=-1 \Rightarrow y_1=1;$ sau $x_2=1 \Rightarrow y_2=-1$

**2.** $\log_3 3^3+\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}=3-1=2$

**3.** $a_5=a_1+4r \Rightarrow r=2 \Rightarrow S_{20}=\frac{(2a_1+19r)\cdot 20}{2}=440$

**4.** $\Delta=25 \Rightarrow x\in\left[-\frac{1}{4},1\right]$

**5.** $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-4}=\left(\frac{1}{8}\right)^{2+x} \Rightarrow x^2-4=3(2+x) \Rightarrow x^2-3x-10=0 \Rightarrow x_1=5; x_2=-2$

**6.** $m(\widehat{C})=45^0; \frac{BC}{\sin A}=\frac{AC}{\sin B}=\frac{AB}{\sin C} \Rightarrow AB=4\sqrt{6} \Rightarrow AC=2(3\sqrt{2}+\sqrt{6})$

# Subiectul I

**Ministerul Educaţiei, Cercetării şi Inovării**
**Centrul Naţional pentru Curriculum şi Evaluare în Învăţământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $\frac{25}{100}\cdot 2008 = 502$

**2.** $\begin{cases} x+y=3 \\ 2x-3y=1 \end{cases} \Rightarrow 5x=10 \Rightarrow x=2 \Rightarrow y=1$

**3.** $m_{AB}=\frac{1}{2} \Rightarrow AB: y-1=\frac{1}{2}(x+1) \Rightarrow AB: x-2y+3=0$

**4.** $\sin 45^0+\cos 135^0=\sin 45^0+\cos(180^0-45^0)=\sin 45^0-\cos 45^0=\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}=0$

**5.** $2^x=t>0 \Rightarrow t^2-6t+8=0 \Rightarrow t_1=2; t_2=4\ ;\ 2^x=2 \Rightarrow x_1=1; 2^x=4 \Rightarrow x_2=2$

**6.** $S=6; P=6 \Rightarrow \frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}=\frac{x_1^2+x_2^2}{x_1x_2}=\frac{S^2-2P}{P}=\frac{36-12}{6}=\frac{24}{6}=4$

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** Probabilitatea $= \frac{8}{15}$

**2.** $2x-1\le 3 \Rightarrow 2x\le 4 \Rightarrow x\le 2 \Rightarrow x\in(-\infty,2]$

**3.** $AB^2 = BC^2 - AC^2 = 100-25 = 75 \Rightarrow AB = 5\sqrt{3}$; aria $= \frac{25\sqrt{3}}{2}$

**4.** $\begin{cases} 4a+3b+1=0 \\ -2a-b+1=0 \end{cases} \Rightarrow -2a=-4 \Rightarrow a=2 \Rightarrow b=-3$

**5.** $2x^2-3x>0 \Rightarrow x\in(-\infty,0)\cup(\frac{3}{2},+\infty)$ $\log_5(2x^2-3x)=\log_5 5 \Rightarrow 2x^2-3x=5 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2x^2-3x-5=0 \Rightarrow x_1=-1; x_2=\frac{5}{2}$

**6.** $a=1>0 \Rightarrow f$ admite minim; $x_{min}=3; y_{min}=-1$

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $4 = m - 2 \Rightarrow m = 6$

**2.** $\begin{cases} a+b=2 \\ -a+b=6 \end{cases} \Rightarrow 2b = 8 \Rightarrow b = 4 \Rightarrow a = -2 \Rightarrow f(x) = -2x + 4$

**3.** $2^n < 64 \Rightarrow n < 6 \Rightarrow n \in \{1,2,3,4,5\}$

**4.** $13^2 = 5^2 + 12^2 \Rightarrow$ triunghiul este dreptunghic; $\sin C = \frac{12}{13}; \sin B = \frac{5}{13} \Rightarrow \sin B + \sin C = \frac{17}{13}$

**5.** $\Delta = 16 \Rightarrow x \in [1,5]$

**6.** $x+1>0 \Rightarrow x \in (-1,+\infty)$ și $x-1>0 \Rightarrow x \in (1,+\infty)$. Deci $x \in (-1,+\infty) \cap (1,+\infty) \Rightarrow x \in (1,+\infty)$

$\lg \frac{x+1}{(x-1)^2} = \lg 10 \Rightarrow x+1 = 10(x^2 - 2x + 1) \Rightarrow 10x^2 - 21x + 9 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{3}{2}; x_2 = \frac{3}{5} \notin (1,+\infty)$

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $\begin{cases} x+2y=3 \\ -x+3y=2 \end{cases} \Rightarrow 5y=5 \Rightarrow y=1 \Rightarrow x=1$

**2.** $1\cdot 2+2a=0 \Rightarrow a=-1$

**3.** $x-3=\pm 2 \Rightarrow x\in\{1;5\}$

**4.** $BC^2=AC^2+AB^2=81+144=225 \Rightarrow BC=15 \Rightarrow \cos B=\frac{12}{15};\cos C=\frac{9}{15}$, deci $\cos B+\cos C=\frac{7}{5}$

**5.** $x^3-1=(x-1)^3 \Rightarrow (x-1)(x^2+x+1)=(x-1)^3 \Rightarrow (x-1)(x^2+x+1-x^2+2x-1)=0 \Rightarrow x_1=1; x_2=0$

**6.** $\Delta=m^2-4(m-1)^2=(-m+2)(3m-2)\geq 0 \Rightarrow m\in\left[\frac{2}{3},2\right]$

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $B \cap C = \{6\} \Rightarrow A \cup (B \cap C) = \{1,2,3,4,6\}$

**2.** $2x-1 \geq 0 \Rightarrow x \in \left[\frac{1}{2}, +\infty\right); 2x-1 \leq 1 \Rightarrow x \in (-\infty, 1] \Rightarrow x \in \left[\frac{1}{2}, 1\right]$

**3.** $M(-2,-2); m_{AB} = \frac{1}{4} \Rightarrow m_d = -4 \Rightarrow d: 4x + y + 10 = 0$

**4.** $\sin B = \frac{AC \sin A}{BC} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow m(\hat{B}) = 45^0 \Rightarrow m(\hat{C}) = 105^0$

**5.** $\left(\frac{1}{8}\right)^{x^2-1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{1-x} \Rightarrow 3(x^2-1) = 2(1-x) \Rightarrow 3x^2 + 2x - 5 = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{5}{3}; x_2 = 1$

**6.** $\Delta = 9 - 4a \Rightarrow x_V = \frac{3}{2}; y_V = \frac{4a-9}{4} \Rightarrow \frac{3}{2} + 2\frac{4a-9}{4} - 1 = 0 \Rightarrow a = 2$

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $7x = 7 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow 2 - y = 0 \Rightarrow y = 2$

**2.** $x_G = -2; y_G = 3$

**3.** $\frac{2}{2x-2009} \in \mathbb{Z} \Rightarrow 2x - 2009 = \pm 1 \Rightarrow x \in \{1004; 1005\}$

**4.** $\sin(180^0 - 60^0) + \cos(180^0 - 30^0) = \sin 60^0 - \cos 30^0 = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$

**5.** $x - 1 > 0 \Rightarrow x \in (1, +\infty)$; $\log_3(x-1) = \log_3 1 \Rightarrow x = 2$

**6.** $S = 3; P = -5 \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 + 3x_1x_2 = S^2 + P = 4$

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $2x+1<3 \Rightarrow 2x<2 \Rightarrow x<1 \Rightarrow x\in(-\infty,1)$

**2.** $\frac{\sqrt{2}}{2}-4\sqrt{2}+\frac{1+\sqrt{2}}{1-2}+1=\frac{\sqrt{2}}{2}-4\sqrt{2}-1-\sqrt{2}+1=\frac{\sqrt{2}}{2}-5\sqrt{2}=-\frac{9\sqrt{2}}{2}$

**3.** $\frac{BC}{\sin A}=\frac{AC}{\sin B}\Rightarrow BC=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\sqrt{6}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=3$

**4.** $D=\frac{|-4-3+1|}{\sqrt{16+9}}=\frac{6}{5}$

**5.** $\Delta=49\Rightarrow x\in\left[-1,\frac{5}{2}\right]$

**6.** $x^2+x+1>0$ pentru că $\Delta=-3<0$; $\log_5(x^2+x+1)=\log_5 1\Rightarrow x^2+x+1=1\Rightarrow x^2+x=0\Rightarrow x_1=0; x_2=-1$

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $\begin{cases} -a+b=0 \\ b=2 \end{cases} \Rightarrow f(x)=2x+2$

**2.** $\vec{v}=4\vec{a}-2\vec{b}+\vec{c}=29\vec{i}-29\vec{j}$

**3.** $\cos(180^0-45^0)+\cos 45^0=-\cos 45^0+\cos 45^0=0$

**4.** $S=6; P=4 \Rightarrow \frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}=\frac{x_1^2+x_2^2}{x_1x_2}=\frac{S^2-2P}{P}=7$

**5.** $2^x+4^x+4=10 \Rightarrow 4^x+2^x-6=0$ ; notăm $2^x=t>0 \Rightarrow t^2+t-6=0 \Rightarrow t_1=-3; t_2=2 \Rightarrow 2^x=2 \Rightarrow x=1$

**6.** $\left|2-3\sqrt{2}\right|+\left|3-2\sqrt{2}\right|=3\sqrt{2}-2+3-2\sqrt{2}=1+\sqrt{2}$

# Subiectul I

**Ministerul Educaţiei, Cercetării şi Inovării**
**Centrul Naţional pentru Curriculum şi Evaluare în Învăţământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $x_G = -1; y_G = 2 \Rightarrow G(-1,2)$

**2.** $\cos(180^0 - 5^0) + \cos 5^0 = -\cos 5^0 + \cos 5^0 = 0$

**3.** În prima zi rezolvă $x = \frac{20}{100} \cdot 100 = 20 \Rightarrow$ rămân 100 – 20 = 80 probleme; în a doua zi rezolvă

$y = \frac{25}{100} \cdot 80 = 20 \Rightarrow$ mai sunt de rezolvat 80 – 20 = 60 probleme

**4.** S = $\frac{3^8 - 1}{3 - 1} = 3280$

**5.** $7^x(\frac{3}{7} + 3 + 7) = 511 \Rightarrow 7^x \cdot \frac{73}{7} = 511 \Rightarrow 7^x = 49 \Rightarrow x = 2$

**6.** $\Delta < 0 \Rightarrow (m-3)^2 - 4(m-3) < 0 \Rightarrow (m-3)(m-7) < 0 \Rightarrow m \in (3,7)$

# Subiectul I



**Rezolvare**

**1.** $3x<11,\ x\in\mathbb{N}\Leftrightarrow x\in\{0,1,2,3\}$

**2.** Condiția este echivalentă cu $\alpha(\alpha+3)=2(1+\alpha)\Rightarrow\alpha\in\{1,-2\}$.

**3.** $q=\dfrac{b_5}{b_4}=-\dfrac{1}{2}\Rightarrow b_1=-12$.

**4.** $S=\dfrac{1}{2}AB\cdot AC\cdot\sin\hat{A}=\dfrac{1}{2}\cdot12^2\sin120^\circ=36\sqrt{3}$.

**5.** $\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{8-x}=2\Rightarrow\left(\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{8-x}\right)^3=8\Rightarrow3\sqrt[3]{x}\cdot\sqrt[3]{8-x}\left(\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{8-x}\right)=0\Rightarrow x=0$ sau $x=8$.

**6.** $x^2-5x+12=x+3\Rightarrow x^2-6x+9=0\Rightarrow x=3;\ y=6$.

Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $\Delta = 16 \Rightarrow x_1 = 5; x_2 = 1 \Rightarrow A(5,0); B(1,0)$ ; $x = 0 \Rightarrow C(0,5)$

**2.** $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A = 16 + 16 + 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} = 48 \Rightarrow BC = 4\sqrt{3}$

**3.** $(x-1)x + x(x+1) + (x+1)(x+2) = 62 \Rightarrow x^2 + x - 20 = 0 \Rightarrow x = 4$

**4.** $\begin{cases} 3a_1 + 3r = 21 \\ 3a_1 + 6r = 42 \end{cases} \Rightarrow a_1 = 0;\ r = 7$

**5.** $x + 1 \geq 0 \Rightarrow x \in [-1, +\infty)$ ; $3^{\sqrt{x+1}-1} = 3 \Rightarrow \sqrt{x+1} - 1 = 1 \Rightarrow \sqrt{x+1} = 2 \Rightarrow x + 1 = 4 \Rightarrow x = 3$

**6.** $M$ este mijlocul laturii $BC \Rightarrow M(\frac{3}{2}, 2) \Rightarrow m_{AM} = \frac{2}{9} \Rightarrow AM : 2x - 9y + 15 = 0$

Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $n(n+1)(n+2)=24 \Rightarrow n(n+1)(n+2)=2\cdot 3\cdot 4, n\in\mathbb{N} \Rightarrow n=2$

**2.** $10^{x-2}=10^{-2} \Rightarrow x-2=-2 \Rightarrow x=0$

**3.** $m(\widehat{C})=30^0 \Rightarrow AB=\frac{BC}{2}=6 \Rightarrow AC=6\sqrt{3} \Rightarrow Aria=\frac{AB\cdot AC}{2}=18\sqrt{3}$

**4.** $\begin{cases}4a+3b+1=0\\-2a-b+1=0\end{cases} \Rightarrow b=-3 \Rightarrow a=2$

**5.** Condiție: $x\in\left[\frac{1}{2},+\infty\right); (x+2)^2=(2x-1)(x+8) \Rightarrow x^2+11x-12=0 \Rightarrow \Delta=169 \Rightarrow x_1=1; x_2=-12$ nu convine

**6.** $\Delta=(m-3)^2-4=(m-3-2)(m-3+2)=(m-5)(m-1)>0 \Rightarrow m\in(-\infty;1)\cup(5;+\infty)$

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $\frac{a}{3}=\frac{2}{-1}\Rightarrow a=-6$

**2.** $S=5;\ P=5\Rightarrow \frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}=\frac{S^2-2P}{P}=3$

**3.** $x+1\geq 0\Rightarrow x\in[-1,+\infty);\ 2^{\sqrt{x+1}}=4\Rightarrow \sqrt{x+1}=2\Rightarrow x+1=4\Rightarrow x=3$

**4.** $\begin{cases} b_1q+b_1q^3=60 \\ b_1+b_1q^2=20 \end{cases}\Rightarrow q=3\Rightarrow b_1=2$

**5.** $x\in\{0,\pm1,\pm2,\pm3,\pm4\}$.

**6.** $BC^2=AC^2+AB^2-2AC\cdot AB\cos A=12\Rightarrow BC=2\sqrt{3}$

Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $\frac{2^4}{2^{12}}\cdot\frac{2^{24}}{2^3\cdot 3^3}\cdot\frac{3^3}{2^3}=2^{10}$

**2.** $AB=\frac{BC}{2}\Rightarrow AB=10\Rightarrow AC=10\sqrt{3}\Rightarrow P=30+10\sqrt{3}$

**3.** $A$ este mijlocul lui $[BB']\Rightarrow x_A=\frac{x_B+x_{B'}}{2}\Rightarrow 1=\frac{2+x_{B'}}{2}\Rightarrow x_{B'}=0$

$$y_A=\frac{y_B+y_{B'}}{2}\Rightarrow 1=\frac{-2+y_{B'}}{2}\Rightarrow y_{B'}=4\text{. Deci } B'(0,4)$$

**4.** $1-\sqrt{x+1}>0\Rightarrow\sqrt{x+1}<1\Rightarrow x+1<1\Rightarrow x<0$; $x+1\geq 0\Rightarrow x\geq -1\Rightarrow x\in[-1,0)$;

$1-\sqrt{x+1}=\frac{1}{2}\Rightarrow\sqrt{x+1}=\frac{1}{2}\Rightarrow x=-\frac{3}{4}$

**5.** $2,5,8,11\ldots$ este progresie aritmetică $\Rightarrow r=3; a_1=2; a_n=x; S_n=155\Rightarrow x=2+(n-1)3\Rightarrow x=3n-1$

$155=\frac{(2+x)n}{2}\Rightarrow 155=\frac{(3n+1)n}{2}\Rightarrow 3n^2+n-310=0\Rightarrow n=10\Rightarrow x=29$

**6.** $\Delta=b^2-4a^2; -\frac{b}{2a}=2\Rightarrow b=-4a$; $\frac{-\Delta}{4a}=12\Rightarrow\frac{16a^2-4a^2}{4a}=-12\Rightarrow 3a=-12\Rightarrow a=-4; b=16.$

Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $1\cdot 2+1\cdot(-a)=0\Rightarrow 2-a=0\Rightarrow a=2$.

**2.** $A=\{1,2\}$.

**3.** $x^2-x+1=2x-1\Rightarrow x^2-3x+2=0\Rightarrow x_1=1$ și $y_1=1\Rightarrow x_2=2$ și $y_2=3$.

**4.** $S=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin(180^0-60^0)+\frac{1}{2}\cos(180^0-60^0)=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 60^0-\frac{1}{2}\cos 60^0=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$.

**5.** $x>0\Rightarrow x>0\Rightarrow x+3>0$ evident; $\lg x(x+3)=\lg 10\Rightarrow x^2+3x-10=0\Rightarrow x_1=2; x_2=-5$ nu convine $\Rightarrow x=2$.

**6.** 1,7,13,19,… formează o progr.aritm. $\Rightarrow r=6; a_1=1; a_n=x; S_n=280\Rightarrow x=1+(n-1)6\Rightarrow x=6n-5$;

$280=\frac{(1+x)n}{2}\Rightarrow 280=\frac{(1+6n-5)n}{2}\Rightarrow 280=(3n-2)n\Rightarrow 3n^2-2n-280=0\Rightarrow n=10\Rightarrow x=55$.

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $m_{AB}=-1\Rightarrow AB: x+y-1=0$.

**2.** $(x-1)^2=4\Rightarrow x-1=\pm 2\Rightarrow x=3$ sau $x=-1$.

**3.** $\Delta=1\Rightarrow x\in[1,2]$.

**4.** $x+3>0\Rightarrow x\in(-3,+\infty)$; $\log_3(x+3)=\log_3 3^{-1}\Rightarrow x+3=\frac{1}{3}\Rightarrow x\in -\frac{8}{3}$.

**5.** $\begin{cases} a_1+r-a_1-5r+a_1+3r=-7 \\ a_1+7r-a_1-6r=2(a_1+3r) \end{cases}\Rightarrow \begin{cases} a_1-r=-7\Rightarrow a_1=r-7 \\ r=2(a_1+3r) \end{cases}$; $r=2\Rightarrow a_1=-5$.

**6.** $AB^2=BC^2-AC^2=108\Rightarrow AB=6\sqrt{3}$.

# Subiectul I

**Ministerul Educaţiei, Cercetării şi Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**
**Rezolvare**

**1.** $A=\{0,\ 1,\ 2,\ 3\}$, $B=\{1, 2, 3\} \Rightarrow A\cap B=\{1, 2, 3\}$.

**2.** $a_{2009}=a_1+2008\cdot r$; $a_{2009}=5+2008\cdot 3$; $a_{2009}=6029$.

**3.** $\Delta=9$, deci $2x^2+x-1=0$ are soluțiile $x_1=\frac{1}{2}$ şi $x_2=-1$. Pentru $x\in(-\infty,-1]\cup\left[\frac{1}{2},+\infty\right)\Rightarrow 2x^2+x-1\geq 0$.

**4.** $\frac{x+1}{-2+1}=\frac{y+2}{-1+2}$, $\frac{x+1}{-1}=y+2$, $x+y+3=0$.

**5.** Se notează $3^x=y>0\Rightarrow y^2-4y+3=0$, $\Delta=4\Rightarrow y_1=3>0$, $y_2=1>0$. $3^x=3\Rightarrow x=1$; $3^x=1\Rightarrow x=0$.

**6.** Se aplică teorema lui Pitagora in triunghiul $ABC$: $BC^2=AB^2+AC^2\Rightarrow AC=3\sqrt{2}$. $A_{\triangle ABC}=\frac{AB\cdot AC}{2}=9\sqrt{2}$.

# Subiectul I

**Ministerul Educaţiei, Cercetării şi Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**
**Rezolvare**

**1.** $5^{x^2}=5\Leftrightarrow x^2=1\Leftrightarrow x=\pm 1.$

**2.** $\sin 120^\circ=\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}.$

**3.** $d\left(A,\ B\right)=\sqrt{9+1}=\sqrt{10}.$

**4.** $x^2-4x+3=0$ are soluțiile $x_1=1$ și $x_2=3.$ Avem două cazuri favorabile din șase posibile. $P=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}.$

**5.** Sistemul din enunț este echivalent cu sistemul $\begin{cases}2a_1+4r=16\\3a_1+2r=20\end{cases}$. De aici rezultă $a_1=6.$

**6.** Inecuația devine: $x^2+2x+3>0.$ Trinomul $x^2+2x+3$ are $\Delta=-8<0$, deci $x^2+2x+3>0$, $\forall x\in\mathbb{R}.$

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**
**Rezolvare**

**1.** $\vec{v_1}+\vec{v_2}=3\vec{i}+4\vec{j}+4\vec{i}+3\vec{j}=7\vec{i}+7\vec{j}.$

**2.** $\frac{BC}{\sin A}=\frac{AC}{\sin B}\Rightarrow AC=2.$

**3.** $1+2^1+2^2+2^3+\ldots+2^{100}=1\cdot\frac{1-2^{101}}{1-2}=2^{101}-1.$

**4.** Din condiția $2x+1>0\Rightarrow 2x>-1\Rightarrow x\in\left(-\frac{1}{2},\ +\infty\right)$. Ecuația din enunț este echivalentă cu $2x+1=1$.

Rezultă $x=0$ care verifică $x>-\frac{1}{2}$.

**5.** $x_1+x_2=-7$ și $x_1x_2=3$; $\frac{1}{x_1^2}+\frac{1}{x_2^2}=\frac{\left(x_1+x_2\right)^2-2x_1x_2}{x_1^2x_2^2}=\frac{43}{9}.$

**6.** $\left.\begin{array}{c}\Delta=25-8m<0\\ a=2>0\end{array}\right\}\Rightarrow m>\frac{25}{8}\Rightarrow m\in\left(\frac{25}{8},\ +\infty\right).$

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**
**Rezolvare**

**1.** $x^2-6x+5=0,\ x_1=1,\ x_2=5.\ \ x^2-6x+5\le 0 \Leftrightarrow x\in[1,\ 5]$.

**2.** $x+1>0\Rightarrow x>-1$. Ecuația din enunț este echivalentă cu $x+1=3\Rightarrow x=2$.

**3.** $a_1=3;\ a_3=a_1\cdot q^2 \Leftrightarrow 27=3q^2 \Leftrightarrow q=\pm 3.$ Cum $q>0\Rightarrow q=3$.

**4.** $\frac{2009-11}{2}+1=1000$.

**5.** $\vec{a},\ \vec{b}$ coliniari dacă $\begin{cases} x=k\cdot 1 \\ 4=k\cdot(-2) \end{cases},\ k\in\mathbb{R}^*$. Rezultă $x=-2$.

**6.** În triunghiul $ADC,\ \mathrm{m}(\sphericalangle \mathrm{D})=90^\circ,\ \mathrm{m}(\sphericalangle C)=30^\circ \Rightarrow AD=\frac{AC}{2}=\frac{9}{2}$.

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**
**Rezolvare**

**1.** $\cos 120^\circ = \cos\left(180^\circ - 60^\circ\right) = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}.$

**2.** Se impune condiția $x > 0$. Ecuația din enunț este echivalentă cu $x = 10^{-2} \Rightarrow x = \frac{1}{100}.$

**3.** $y - y_M = m\left(x - x_M\right) \Leftrightarrow y - 1 = 2\left(x - 1\right) \Leftrightarrow y = 2x - 1.$

**4.** Valoarea minimă a funcției este $-\frac{\Delta}{4a} = -\frac{4+12}{4} = -4.$

**5.** $f(1) + f(2) + \ldots + f(30) = 5\left(1 + 2 + 3 + \ldots + 30\right) + 30 \cdot 1 = 5 \cdot \frac{30 \cdot 31}{2} + 30 = 2355.$

**6.** $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}} = \frac{1-\sqrt{2}}{1-2} + \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2-3} + \ldots + \frac{\sqrt{99}-\sqrt{100}}{99-100} = \frac{1-\sqrt{100}}{-1} = 9.$

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**
**Rezolvare**

**1.** $3x<9\Rightarrow x<3\Rightarrow x\in(-\infty;3)$.

**2.** $AB=\frac{BC}{2}=5$. $AC=\sqrt{100-25}=5\sqrt{3}$; $A_{\Delta ABC}=\frac{AB\cdot AC}{2}=\frac{25\sqrt{3}}{2}$.

**3.** $\Delta=0\Leftrightarrow 4m^2-8m=0\Leftrightarrow 4m(m-2)=0\Leftrightarrow m\in\{0,\ 2\}$.

**4.** Se ridică ambii membri la puterea a treia și se obține: $\left(\sqrt[3]{x+1}\right)^3=2^3\Leftrightarrow x+1=8\Leftrightarrow x=7$.

**5.** Sistemul din enunț este echivalent cu $\begin{cases}2a_1+5r=26\\2a_1+10r=36\end{cases}$. Rezultă $5r=10\Rightarrow r=2$.

**6.** $AB=\sqrt{2}$, $BC=1$, $AC=1$. $P_{\triangle ABC}=2+\sqrt{2}$.

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**
**Rezolvare**

**1.** $\log_2 A = \log_2\left(3 \cdot 4 \cdot \frac{1}{3}\right) \Leftrightarrow \log_2 A = \log_2 4 \Leftrightarrow A = 4.$

**2.** $b_5 = b_1 \cdot q^4;\ b_5 = \frac{1}{3} \cdot 3^4;\ b_5 = 27.$

**3.** $3x + 7 \geq 0 \Rightarrow x \geq -\frac{7}{3} \Rightarrow x \in \left[-\frac{7}{3},\ +\infty\right);\ \sqrt{3x+7} = 5 \Leftrightarrow 3x + 7 = 25 \Leftrightarrow 3x = 18 \Leftrightarrow x = 6 \in \left[-\frac{7}{3},\ +\infty\right).$

**4.** $a \cdot 1 + 2 - 1 = 0;\ a + 1 = 0 \Rightarrow a = -1.$

**5.** $f(-1) = 0 \Rightarrow 1 - 3m + 1 = 0 \Rightarrow m = \frac{2}{3}.$

**6.** Aplicăm teorema cosinusului: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A;\ BC^2 = 12;\ BC = 2\sqrt{3}.$

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**
**Rezolvare**

**1.** $f(0)=1\Rightarrow b=1;\ f(1)=2\Rightarrow a+b=2\Rightarrow a=1;\ f(x)=x+1.$

**2.** $x^2-2x-8=0;\ \Delta=36\Rightarrow x_1=4,\ x_2=-2.$

**3.** Aplicând teorema sinusurilor obținem $\frac{BC}{\sin A}=\frac{AC}{\sin B}\Leftrightarrow\frac{2}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{AC}{\frac{\sqrt{3}}{2}}\Leftrightarrow AC=\sqrt{6}.$

**4.** $-\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{4}\vec{b}=-\frac{1}{2}\left(\vec{i}+3\vec{j}\right)+\frac{1}{4}\left(\vec{i}+\vec{j}\right)=-\frac{1}{4}\vec{i}-\frac{5}{4}\vec{j}.$

**5.** Se impune condiția $x+2>0\Rightarrow x>-2$. Ecuația devine $x+2=\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}\Rightarrow x=6.$

**6.** $N=3\sqrt{3}+\sqrt{5}+1-3\sqrt{3}-\sqrt{5}=1\in\mathbb{N}.$

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**
**Rezolvare**

**1.** $2\vec{a}-\vec{b}=3\vec{i}-4\vec{j}$ are lungimea $\sqrt{3^2+4^2}=5$.

**2.** $\log_{\sqrt{2}}16=\log_{\sqrt{2}}\sqrt{2}^{8}=8\Rightarrow x=\sqrt[3]{8}=2\in\mathbb{N}$.

**3.** $3^{x^2-2}=3^{-1}\Leftrightarrow x^2=1\Leftrightarrow x=\pm1$.

**4.** $\Delta=25-4m=0\Leftrightarrow m=\frac{25}{4}$.

**5.** Rația este $r=\frac{1}{3}(a_6-a_3)=2\Rightarrow a_1=a_3-2r=-1$, deci suma $S_{10}=\frac{(2a_1+9r)\cdot 10}{2}=80$.

**6.** Aplicând teorema cosinusului obținem relația cerută.

# Subiectul I

**Ministerul Educaţiei, Cercetării şi Inovării**

**Centrul Naţional pentru Curriculum şi Evaluare în Învăţământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $A=\{-3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1\}$, $B=\{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$. Rezultă $A\cap B=\{0,\ 1\}$.

**2.** $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=ax+b$, $a, b\in\mathbb{R}$, $a\neq 0$. $f(-4)=4\Rightarrow -4a+b=4$. $f(2)=6\Rightarrow 2a+b=6$.

Rezultă $b=\frac{16}{3}$, $a=\frac{1}{3}$. Rezultă $f(x)=\frac{1}{3}x+\frac{16}{3}$.

**3.** $3x+2>0\Rightarrow x>-\frac{2}{3}$. Ecuația din enunț este echivalentă cu $3x+2=2^3\Leftrightarrow 3x+2=8\Leftrightarrow x=2$.

**4.** Se obține $x_1^2+x_2^2-1=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2-1=22$.

**5.** Se aplică teorema sinusurilor în triunghiul $ABC$ şi se obține: $\frac{AB}{\sin C}=\frac{BC}{\sin A}\Leftrightarrow AB=4\sqrt{2}$.

**6.** $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}-\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{OC}\Leftrightarrow \overrightarrow{AO}=\overrightarrow{AO}$.

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**
**Rezolvare**

**1.** $x^2+5x-6=0,\ x_1=1$ și $x_2=-6$. Rezultă $P=\frac{1}{5}$.

**2.** Se aplică teorema sinusurilor în triunghiul $ABC$: $\frac{AC}{\sin B}=\frac{BC}{\sin A}\Rightarrow \sin B=\frac{\sqrt{2}}{2}$. Rezultă $m(\sphericalangle B)=45^\circ$.

**3.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+2\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CA}=\vec{0}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{CA}=-\overrightarrow{AC}\Rightarrow k=-1$.

**4.** $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=ax+b,\ a,b\in\mathbb{R},\ a\neq 0;\ f(0)=5\Rightarrow b=5;\ f(5)=10\Rightarrow 5a+5=10\Rightarrow a=1$. Deci $f(x)=x+5$.

**5.** Condiția: $x>0$. $\lg^2 x-6\lg x+5=0$. Notăm $\lg x=t\Rightarrow t^2-6t+5=0\Rightarrow t=1$ și $t$=5.

Dacă $\lg x=1\Rightarrow x=10$ și dacă $\lg x=5\Rightarrow x=10^5$.

**6.** $x^2+1>0,\ \forall x\in\mathbb{Z};\ 5-x^2\geq 0\Rightarrow x\in\left[-\sqrt{5},\sqrt{5}\right];\quad x\in\mathbb{Z}\quad\Rightarrow\quad x\in\{0,1,2\}$.

# Subiectul I

**Ministerul Educaţiei, Cercetării şi Inovării**
**Centrul Naţional pentru Curriculum şi Evaluare în Învăţământul Preuniversitar**
**Rezolvare**

**1.** Există $k \in \mathbb{R}^*$ astfel încât $\vec{a} = k\vec{b}$. $\begin{cases} x = k \cdot 1 \\ -2 = k \cdot 4 \end{cases} \Rightarrow x = k = -\frac{1}{2}$.

**2.** $\cos 135^\circ = \cos\left(180^\circ - 45^\circ\right) = -\cos 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

**3.** Notăm $5^x = y$, $y>0$. Rezultă $y^2 - 6y + 5 = 0 \Rightarrow y_1 = 1$ şi $y_2 = 5 \Rightarrow x = 0$ sau $x = 1$.

**4.** $f(1) = 2m \Leftrightarrow m - 3 + 4 = 2m \Rightarrow m = 1$. Rezultă $f(x) = -2x + 4$.

**5.** $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{2}-1}{1} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{1} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{1} = 1$

**6.** $x_1 + x_2 = 1$ şi $x_1 x_2 = -3$. $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2}{x_1 x_2} = -\frac{7}{3}$.

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $\left|5-\sqrt{6}\right|+\left|-5-\sqrt{6}\right|=5-\sqrt{6}+5+\sqrt{6}=10.$

**2.** Din ipoteza problemei rezultă triunghiul $ABC$ dreptunghic isoscel. Aplicând teorema lui Pitagora se obține $AB^2=128\Rightarrow AB=8\sqrt{2}$. $A_{\triangle ABC}=64.$

**3.** $x+y-3=0\Rightarrow y=-x+3$; $mx+y-1=0\Rightarrow y=-mx+1$; $-m=-1\Rightarrow m=1.$

**4.** $\Delta=1-16m$. Se impune condiția $\Delta<0\Rightarrow 1-16m<0$. Se obține $m>\frac{1}{16}\Rightarrow m\in\left(\frac{1}{16},+\infty\right).$

**5.** Din condițiile: $\begin{cases} f\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{2} \\ f(0)=3 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} \frac{a}{2}+b=-\frac{1}{2} \\ b=3 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} a=-7 \\ b=3 \end{cases}$. Rezultă $f(x)=-7x+3.$

**6.** Se notează $4^x=t>0$. Ecuația din enunț devine $t^2+5t+4=0$ cu soluțiile $t_1=1$ și $t_2=4$.
Rezultă $4^x=1\Leftrightarrow x=0$ sau $4^x=4\Leftrightarrow x=1.$

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**
**Rezolvare**

**1.** Din condiția $3x+4>0 \Rightarrow x>-\frac{4}{3}$; $\lg(3x+4)=1 \Leftrightarrow 3x+4=10 \Leftrightarrow x=2$ care verifică condiția $x>-\frac{4}{3}$.

**2.** $d(A,B)=\sqrt{1+4}=\sqrt{5}$.

**3.** $AB=\frac{BC}{2}=10$. Se aplică teorema lui Pitagora în triunghiul $ABC$ și se obține $AC=10\sqrt{3}$.

**4.** $|x-1|+|x+2|=3$, dar $x\in[-2,1]$, deci $1-x+x+2=3$.

**5.** Inecuația din enunț este echivalentă cu: $\frac{-2}{x+3}<0 \Leftrightarrow x+3>0 \Leftrightarrow x\in(-3,+\infty)$.

**6.** Din condițiile $\begin{cases} m-2>0 \\ \Delta<0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m\in(2,+\infty) \\ m\in(3,+\infty) \end{cases} \Rightarrow m\in(3,+\infty)$.

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $\sin 135^\circ = \sin\left(180^\circ - 45^\circ\right) = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

**2.** $\left|\sqrt{7}+\sqrt{3}\right| - \left|\sqrt{3}-\sqrt{7}\right| + \left|2\sqrt{3}-7\right| = \sqrt{7}+\sqrt{3}-\left(-\sqrt{3}+\sqrt{7}\right)+\left(-2\sqrt{3}+7\right) = 7 \in \mathbb{N}$.

**3.** $3\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AC} = 3\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}\right)+\overrightarrow{AC} = 4\overrightarrow{AC} \Rightarrow k = 4$.

**4.** Din condiția $2x-4 \geq 0 \Rightarrow x \in [2,+\infty)$. Ecuația din enunț este echivalentă cu $2x-4=16 \Leftrightarrow x = 10 \in [2,+\infty)$.

**5.** $f(m) = 5 \Leftrightarrow 4m^2+1 = 5 \Leftrightarrow m = \pm 1$.

**6.** Inecuația este echivalentă cu: $\frac{1}{x+1} > 0 \Leftrightarrow x+1 > 0 \Leftrightarrow x \in (-1,+\infty)$.

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**
**Rezolvare**

**1.** $4020 = 25\% \cdot x \Leftrightarrow 4020 = \frac{25}{100} \cdot x \Leftrightarrow x = 16080$ lei.

**2.** $-\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} = -\frac{1}{3}\left(3\vec{i} + 5\vec{j}\right) + \frac{1}{2}\left(-2\vec{i} + \vec{j}\right) = -2\vec{i} + \left(-\frac{5}{3} + \frac{1}{2}\right)\vec{j} = -2\vec{i} - \frac{7}{6}\vec{j}.$

**3.** Se aplică teorema cosinusului și se obține: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC\cos A = 3 + 12 - 6 = 9 \Rightarrow BC = 3.$

**4.** $2^{x^2+4x} = 32 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 5 = 0$ cu soluțiile $x_1 = -5$ și $x_2 = 1.$

**5.** $\frac{2x-1}{x-3} < 2 \Leftrightarrow \frac{5}{x-3} < 0 \Leftrightarrow x - 3 < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty,\ 3).$

**6.** Din relațiile lui Viète rezultă $x_1 + x_2 = -2m,\ x_1x_2 = 1.$

$x_1^2 + x_2^2 > 14 \Leftrightarrow 4m^2 - 2 > 14 \Leftrightarrow m^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty, -2) \cup (2, \infty).$

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**
**Rezolvare**

**1.** $AB=\sqrt{BC^2-AC^2}=6\sqrt{3}$; $A_{\triangle ABC}=18\sqrt{3}$.

**2.** $\left|-\sqrt{3}\right|-\left|1+\sqrt{3}\right|-\left|\sqrt{3}-1\right|=\sqrt{3}-1-\sqrt{3}-\sqrt{3}+1=-\sqrt{3}$.

**3.** $x=-1$ sau $x=\frac{9}{2}$.

**4.** Din condițiile: $\begin{cases} f(-2)=0 \\ f(0)=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a+b=0 \\ b=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=4 \end{cases}$. Rezultă $f(x)=2x+4$.

**5.** $\frac{1}{x^2+3x+2}<0 \Leftrightarrow x^2+3x+2<0 \Leftrightarrow x\in(-2,\ -1)$.

**6.** $M\left(-\frac{1}{2},\ -\frac{1}{2}\right)$ este mijlocul laturii $BC$. Ecuația medianei $AM$ este $\frac{x-1}{-\frac{1}{2}-1}=\frac{y-3}{-\frac{1}{2}-3} \Leftrightarrow 7x-3y+2=0$.

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**
**Rezolvare**

**1.** În triunghiul $ABC$ $m(\sphericalangle CAB)=30^\circ$, $\sin 30^\circ=\frac{BC}{AC}\Leftrightarrow\frac{1}{2}=\frac{18}{AC}\Leftrightarrow AC=36$. $AB=\sqrt{AC^2-BC^2}=18\sqrt{3}$.

**2.** $x^2+4>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$; $\log_2\left(x^2+4\right)=3\Leftrightarrow x^2+4=8\Leftrightarrow x^2=4\Leftrightarrow x=\pm 2$.

**3.** $\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{BC}+2\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{BA}=-\overrightarrow{AB}\Rightarrow k=-1$.

**4.** $x^2\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$; $\sqrt{x^2}=\left(-\sqrt{11}\right)^2\Leftrightarrow x^2=11^2\Leftrightarrow x=\pm 11$.

**5.** $\Delta=m^2-8m$. Din condiția $\Delta=0\Rightarrow m=0$ sau $m=8$.

**6.** $1+3+3^2+\ldots+3^{99}=\frac{3^{100}-1}{3-1}=\frac{3^{100}-1}{2}$.

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{BC}+2\overrightarrow{CD}+2\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{BA}=-\overrightarrow{AB}\Rightarrow k=-1$

**2.** Din condiția $7-x\geq 0\Rightarrow x\in(-\infty,\ 7]$; $\sqrt{7-x}=4\Leftrightarrow 7-x=16\Leftrightarrow x=-9\in(-\infty,\ 7]$.

**3.** $\sqrt{3}\cos 120^\circ+\sin 120^\circ=\sqrt{3}\cos\left(180^\circ-60^\circ\right)+\sin\left(180^\circ-60^\circ\right)=-\sqrt{3}\cdot\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}=0.$

**4.** $a=-1<0\Rightarrow$ funcția admite valoarea maximă $=-\frac{\Delta}{4a}=5.$

**5.** Fie punctul $A(\alpha,\ \alpha)\in G_f$, $\forall\ \alpha\in\mathbb{R}$. Rezultă $f(\alpha)=\alpha\Leftrightarrow 3\alpha-2=\alpha\Leftrightarrow\alpha=1.$ Deci $A(1,\ 1)$.

**6.** Se notează cu $x$ suma inițială. $x-\frac{20}{100}x-350=\frac{10}{100}x\Rightarrow x=500$ lei.

# Subiectul I

**Ministerul Educaţiei, Cercetării şi Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**
**Rezolvare**

**1.** 5% din $1500=\frac{5}{100}\cdot 1500=75$; 12% din $1000=\frac{12}{100}\cdot 1000=120$; $75<120$.

**2.** Din condiția $x+3\geq 0\Leftrightarrow x\in[-3,+\infty)$; $\sqrt{x+3}-1=0\Leftrightarrow x+3=1\Leftrightarrow x=-2$ verifică condiția $x\in[-3,+\infty)$.

**3.** În triunghiul $MRP$ dreptunghic: $MR=\frac{MP}{2}$. Se aplică Pitagora în triunghiul $MRP$ şi rezultă $MR=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

**4.** $d':2x-y+5=0,\ m_{d'}=2$; $d'':4ax-y+1=0,\ m_{d''}=4a$; $d'\perp d''\Leftrightarrow m_{d'}\cdot m_{d''}=-1\Leftrightarrow 8a=-1\Leftrightarrow a=-\frac{1}{8}$.

**5.** $2009>0\Rightarrow x-2008<0\Rightarrow x<2008\Leftrightarrow x\in(-\infty,\ 2008)$.

**6.** $f(-1)=-1\Leftrightarrow m^2-m-2=0$ cu soluțiile $m=2$ sau $m=-1$.

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**
**Rezolvare**

**1.** Se notează cu $x$ prețul înainte de reducere $x-\frac{20}{100}x=880$; $\frac{80}{100}x=880$; $x=1100$.

**2.** $\begin{cases} a_2+a_8=24 \\ a_3+a_{10}=48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a_1+8r=24 \\ 2a_1+11r=48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r=8 \\ a_1=-20 \end{cases}$, deci $a_{18}=a_1+17r=116$.

**3.** $x_1+x_2=-\frac{4}{3}$ și $x_1x_2=-\frac{1}{3}$, rezultă $\frac{1}{x_1^2}+\frac{1}{x_2^2}=22$.

**4.** Se notează cu $AM$ înălțimea trapezului. În triunghiul $AMD$ dreptunghic: $\sin 60^\circ=\frac{AM}{AD}$, adică $\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{AM}{10}$, de unde $AM=5\sqrt{3}$.

**5.** $M\in d \Leftrightarrow -a-2-3=0 \Leftrightarrow a=1$.

**6.** Se impun condițiile: $x+1\geq 0$, $x-1\geq 0$; $\sqrt{x+1}=x-1 \Leftrightarrow x^2-3x=0$, deci $x_1=0$ care nu verifică condițiile și $x_2=3$ care verifică condițiile.

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**
**Rezolvări**

**1.** $A=\{-4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4\}$

**2.** $d(A, B)=\sqrt{2}$

**3.** $f(-4)=6$; $f(-4)=4m+2\Rightarrow m=1$

**4.** $AC=8\sqrt{3}$

**5.** $\Delta=4m^2+12m$; $m\in\{-3\}$

**6.** $2^x=t,\ t>0$; $t^2-5t+4=0$; $x\in\{0,\ 2\}$

# Subiectul I

**Ministerul Educaţiei, Cercetării şi Inovării**

**Centrul Naţional pentru Curriculum şi Evaluare în Învăţământul Preuniversitar**

**Rezolvări**

**1.** $P=\dfrac{\text{nr. cazurilor favorabile}}{\text{nr. total de cazuri}}$, $P=\dfrac{2}{5}$.

**2.** $1+2+3+\ldots+40=820$.

**3.** $\Delta=16m^2-4$; $m\in\left(-\infty,\ -\dfrac{1}{2}\right]\cup\left[\dfrac{1}{2},\ +\infty\right)$.

**4.** $d\left(A,d\right)=2\sqrt{2}$.

**5.** $7^x=t,\ t>0$; $t^2-8t+7=0$; $x\in\{0,\ 1\}$.

**6.** $\dfrac{1}{2}\cos 135^\circ+3\sin 135^\circ=\dfrac{5\sqrt{2}}{4}$

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**
**Rezolvări**

**1.** $m_g = 3\sqrt{10}$

**2.** $f(-5)=2$, $f(-1)=-2$; $a=-1$ și $b=-3$; $f(x)=-x-3$

**3.** $AC = 5\sqrt{2}$

**4.** Condiția: $x \in \left(-\frac{1}{4};\infty\right)$; $\lg(4x+1)=1 \Leftrightarrow 4x+1=10$, deci $x=\frac{9}{4}$

**5.** $\begin{cases} 2x+y-4=0 \\ 3x+y+6=0 \end{cases}$. Punctul de intersecție este $(-10,\ 24)$

**6.** $m^2+16m<0$, $m \in (-16,\ 0)$

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**

**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvări**

**1.** $\sqrt{50}-\sqrt{128}+\sqrt{200}=7\sqrt{2}$, $n=98$

**2.** $(m-1)^2=0$, $m=1$

**3.** $AB=15$

**4.** $5x-2y-9=0$

**5.** $x=3$

**6.** Condiția: $x\in(0,\infty)$. $t^2-5t+6=0$, $t\in\{2;3\}$, deci $x=10^2$ sau $x=10^3$.

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $a_n = a_1 + (n-1)\cdot r,\ n \geq 1;\ \begin{cases} a_{10} = 10 \\ a_{15} = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 + 9r = 10 \\ a_1 + 14r = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = 1 \\ r = 1 \end{cases};\ \ a_2 = a_1 + r \Rightarrow a_2 = 2.$

**2.** $3^{-1-x} = \left(\frac{1}{3}\right)^{2x+3} \Rightarrow 3^{-1-x} = 3^{-2x-3} \Rightarrow\ -1-x = -2x-3 \Rightarrow x = -2.$

**3.** Valoarea maximă a funcției este: $-\frac{\Delta}{4a};\ \Delta = 1$. Valoarea maximă este $\frac{1}{8}$.

**4.** $7,3(8) = 7\frac{7}{18};\ \left|7,3(8) - \frac{15}{2}\right| = \left|7\frac{7}{18} - 7\frac{1}{2}\right| = \left|7\frac{7}{18} - 7\frac{9}{18}\right| = \left|\frac{-2}{18}\right| = \left|\frac{-1}{9}\right| = \frac{1}{9}.$

**5.** $MP \cap NQ = \{T\}$; Din $MNPQ$ paralelogram $\Rightarrow T$ este mijlocul fiecărei diagonale;

$\triangle MOP : \overrightarrow{TO}$ - vector mediană $\Rightarrow \overrightarrow{MO} + \overrightarrow{PO} = 2\overrightarrow{TO}$. Analog $\overrightarrow{NO} + \overrightarrow{QO} = 2\overrightarrow{TO}$.

$\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{PO} = 2\overrightarrow{TO};\ \overrightarrow{NO} + \overrightarrow{QO} = 2\overrightarrow{TO} \Rightarrow \overrightarrow{MO} + \overrightarrow{PO} = \overrightarrow{NO} + \overrightarrow{QO}.$

**6.** $m(\sphericalangle DAB) = 90^\circ;\ m(\sphericalangle BAC) = 60^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle DAC) = 30^\circ.$

În $\triangle ADC : m(\sphericalangle ADC) = 90^o, m(\sphericalangle DAC) = 30^o \Rightarrow DC = 3.\ AD = 3\sqrt{3}.$

În $\triangle ABC : m(\sphericalangle ACB) = 90^\circ,\ m(\sphericalangle ABC) = 30^\circ,\ AC = 6$ rezultă $AB = 12$. Aria $ABCD = \frac{45\sqrt{3}}{2}.$

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**
**Rezolvare**

**1.** Condiția: $x^2>0$. $\log_{\frac{1}{4}} x^2=-2 \Leftrightarrow x^2=\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} \Leftrightarrow x^2=16 \Leftrightarrow x=\pm 4$. Mulțimea soluțiilor este $\{-4,4\}$.

**2.**Ecuația $3x^2-9=0$ are soluțiile $x=\pm\sqrt{3}$. Mulțimea soluțiilor inecuației este: $[-\sqrt{3},\sqrt{3}]$.

**3.** $f(2)=2a+b$; $f(2)=1\Rightarrow 2a+b=1$; $f(3)=3a+b$; $f(3)=-1\Rightarrow 3a+b=-1$;

$\begin{cases}2a+b=1\\3a+b=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-2\\b=5\end{cases}$; Funcția este $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-2x+5$.

**4.** $|x-1|\le 1\Leftrightarrow -1\le x-1\le 1 \Leftrightarrow 0\le x\le 2\Leftrightarrow x\in[0,2]$; $A=[0,2]$.

**5.** $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{MB}\Leftrightarrow \overrightarrow{AM}-\overrightarrow{MB}=\vec{0}\Leftrightarrow \overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BM}=\vec{0}$; $\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AM}$; $\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{BM}$

$\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BM}=\vec{0}$; $\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AM}$; $\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{BM}\Rightarrow 2\cdot\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$.

**6.** În $\triangle ABC$ ($m(\hat{A})=90^\circ$): $\sin 30^\circ=\frac{AB}{BC}\Rightarrow\frac{1}{2}=\frac{AB}{10}\Rightarrow AB=5$; $\cos 30^o=\frac{AC}{BC}\Rightarrow\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{AC}{10}\Rightarrow AC=5\sqrt{3}$.

Fie $AD\perp BC$, $D\in BC$; $AD=\frac{5\sqrt{3}}{2}$.

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $AB=\sqrt{(x_A-x_B)^2+(y_A-y_B)^2}$; $AB=\sqrt{(-2-1)^2+(-3-1)^2}=\sqrt{9+16}=5$.

**2.** Coeficientul lui $x^2$ este $1\Rightarrow$funcția are valoare minimă. Valoarea minimă este $\frac{-13}{12}$.

**3.** $|x+4|<2\Leftrightarrow -2<x+4<2\Leftrightarrow -6<x<-2\Leftrightarrow x\in(-6,-2)$; $x\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow x\in\{-5,-4,-3\}$. $A=\{-5,-4,-3\}$.

**4.** $A\left(\frac{3}{2},m\right)\in G_f\Rightarrow f\left(\frac{3}{2}\right)=m$. *Dar* $f\left(\frac{3}{2}\right)=1-\frac{m}{5}$. $1-\frac{m}{5}=m\Leftrightarrow 5-m=5m\Leftrightarrow 6m=5\Leftrightarrow m=\frac{5}{6}$.

**5.** $2^{2x-1}+2^{2x-2}+2^{2x-3}=896\Leftrightarrow 2^{2x-3}\cdot\left(2^2+2+1\right)=896\Leftrightarrow 2^{2x-3}\cdot 7=896\Leftrightarrow x=5$.

**6.** $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}\Rightarrow \sin A=\frac{a\sin B}{b}$ și $\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$ obținem:

$\frac{a\sin B}{b}=2\sin B\cdot\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$; $\sin B\neq 0$; $b\neq 0\Leftrightarrow a^2=a^2+b^2-c^2\Leftrightarrow b^2=c^2\Leftrightarrow b=c$.

# Subiectul I

**Ministerul Educaţiei, Cercetării şi Inovării**

**Centrul Naţional pentru Curriculum şi Evaluare în Învăţământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $2x-5\le 0\Leftrightarrow 2x\le 5\Leftrightarrow x\le \frac{5}{2}\Leftrightarrow x\le \frac{5}{2}$. $x\in\left(-\infty,\frac{5}{2}\right]; x\in\mathbb{N}\Rightarrow x\in\{0,1,2\}$.

**2.** Condiția $x^2+1>0\Leftrightarrow x\in\mathbb{R}$; $\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2+1\right)\Leftrightarrow x^2+1=2\Leftrightarrow x^2=1\Leftrightarrow x=\pm 1$.

**3.** $S=1+2+2^2+2^3+...+2^{2009}=3+2^2\cdot 3+2^4\cdot 3+...+2^{2008}\cdot 3=\mathcal{M}_3$.

**4.** Ecuației dreptei $AB$ este: $7x+4y-13=0$.

**5.** $\begin{cases} y=x+1 \\ x+1=x^2-3x+1 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} y=x+1 \\ x^2-4x=0 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} y=x+1 \\ x\in\{0,4\} \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=1 \end{cases} sau \begin{cases} x=4 \\ y=5 \end{cases}$. S={(0,1);(4,5)} .

**6.** $\triangle ABC\left(m\left(\widehat{A}\right)=90^o\right)\Rightarrow \cos C=\frac{AC}{BC}\Rightarrow 0,6=\frac{AC}{10}\Rightarrow AC=6.$

Din teorema lui Pitagora, în $\triangle ABC, m(\widehat{A})=90^o$, $AB^2+AC^2=BC^2\Rightarrow AB=8$. Perimetrul $=8+6+10=24$.

# Subiectul I

**Ministerul Educaţiei, Cercetării şi Inovării**
**Centrul Naţional pentru Curriculum şi Evaluare în Învăţământul Preuniversitar**
**Rezolvare**

**1.** $\log_{\frac{1}{8}} 4+\log_{\frac{1}{8}} 2=\log_{\frac{1}{8}} 8=\log_{\frac{1}{8}}\left(\frac{1}{8}\right)^{-1}=-1$.

**2.** $b_8=b_1\cdot q^7;\ q=2;\ b_8=256\Rightarrow 256=b_1\cdot 2^7\Leftrightarrow b_1=2; b_2=b_1\cdot q\Rightarrow b_2=4.$

**3.** $x_1+x_2=5-m;\ x_1+x_2=4;\ x_1+x_2=5-m\Rightarrow 5-m=4\Leftrightarrow m=1$.

**4.** $3^{x+1}+3^x=108\Leftrightarrow 3^x\cdot 3+3^x=108\Leftrightarrow 3^x\cdot 4=108\Leftrightarrow 3^x=27\Leftrightarrow x=3$.

**5.** $x_B=\frac{x_A+x_C}{2}; y_B=\frac{y_A+y_C}{2};\ b=1;\ a=5.$

**6.** $\sin 135^o=\sin\left(180^o-45^o\right)=\sin 45^o=\frac{\sqrt{2}}{2};\ \sin 150^o=\sin\left(180^o-30^o\right)=\sin 30^o=\frac{1}{2};$

$$\frac{\sin 135^o-\sin 150^o}{\sin 135^o+\sin 150^o}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}=\frac{\left(\sqrt{2}-1\right)^2}{1}=3-2\sqrt{2}.$$

Subiectul I

**Ministerul Educaţiei, Cercetării şi Inovării**
**Centrul Naţional pentru Curriculum şi Evaluare în Învăţământul Preuniversitar**
**Rezolvare**

**1.** $\frac{n(n-1)}{2}=10 \Rightarrow n=5.$

**2.** $a_5=14 \Rightarrow a_1+4\cdot r=14;\ \ a_{15}=44 \Rightarrow a_1+14\cdot r=44;\ \ r=3;\ a_1=2;\ S_{10}=155.$

**3.** Din $x=2$ soluția ecuației $\Rightarrow\ 4+4m^2-4m-3=0 \Leftrightarrow m=\frac{1}{2}$.

**4.** Condiții: $\begin{cases}1+3x\geq 0\\ x-1\geq 0\end{cases} \Leftrightarrow x\in[1,\infty)$. Rezolvarea ecuației: $\sqrt{1+3x}=x-1 \Leftrightarrow 1+3x=(x-1)^2 \Leftrightarrow$

$x^2-5x=0 \Leftrightarrow x=0$ sau $x=5$. Convine $x=5$.

**5.** Teorema cosinusului: $BC^2=5^2+3^2-2\cdot 5\cdot 3\cdot\cos 60^o$, $BC^2=19$, $BC=\sqrt{19}$.

**6.** Fie dreapta $d$ care intersectează segmentul $[AB]$ în punctul $M$, astfel încât $[AM]\equiv[MB]$ şi $d\perp AB$. Coordonatele punctului $M$, mijlocul segmentului $[AB]$,sunt: $x_M=0;\ y_M=3$.

Din $d\perp AB \Rightarrow m_d\cdot m_{AB}=-1;\ m_{AB}=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A};\ \ m_{AB}=-1\Rightarrow m_d=1$. Ecuația dreptei $d:\ y-3=x$.

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**
**Rezolvare**

**1.** Fie $x_1,\ x_2$ soluțiile ecuației; $x_1, x_2 \in R,\ x_1 = x_2$ dacă $\Delta = 0$;

$\Delta = 4m^2 - 8m - 12 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow m_{1,2} = \frac{2 \pm 4}{2} \Leftrightarrow m_1 = 3$ sau $m_2 = -1$.

**2.** $b_n = b_1 \cdot q^{n-1},\ n \geq 1;\ b_3 = b_1 \cdot q^2 \Rightarrow 48 = 3 \cdot q^2 \Leftrightarrow q^2 = 16 \Leftrightarrow q = \pm 4;\ b_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 1 \Rightarrow q = 4$.

$S_6 = \frac{b_1\left(q^6 - 1\right)}{q - 1};\ S_6 = 4095$.

**3.** Se noteaza $2^x = t,\ t > 0$. Ecuația devine: $t^2 - 6t + 8 = 0$. Soluțiile ecuației sunt: $t_1 = 4,\ t_2 = 2$.

Înlocuind, obținem: $2^x = 4 \Rightarrow x = 2,\ 2^x = 2 \Rightarrow x = 1$.

**4.** În $\triangle ABC, m(\hat{A}) = 90^o$: $\sin B = \frac{AC}{BC};\ \sin C = \frac{AB}{BC}; AB^2 + AC^2 = BC^2$.

Înlocuind în relația din problemă obținem: $\left(\frac{AC}{BC}\right)^2 + \left(\frac{AB}{BC}\right)^2 = \frac{AB^2 + AC^2}{BC^2} = \frac{BC^2}{BC^2} = 1$.

**5.** Se amplifică fiecare fracție cu conjugata numitorului

$\frac{1-\sqrt{2}}{-1} + \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{-1} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{4}}{-1} + ... + \frac{\sqrt{119}-\sqrt{120}}{-1} + \frac{\sqrt{120}-\sqrt{121}}{-1} = \frac{1-11}{-1} = 10$.

**6.** Din $ABCD$ paralelogram și $AC \cap BD = \{O\}$, rezultă: $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{PO},\ \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{CO} = \overrightarrow{PO}$.

Adunând aceste două relații, se obține: $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PC} = 2 \cdot \overrightarrow{PO}$. Analog $\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PD} = 2\overrightarrow{PO}$

Adunând cele două egalități obținem concluzia.

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**
**Rezolvare**

**1.** Ecuația $2x^2+7x-9=0$ are soluțiile: $x_1=-\frac{9}{2}$; $x_2=1$. Se întocmește tabelul semnului funcției *f*.

Mulțimea soluțiilor inecuației este $\left(-\frac{9}{2},1\right)$.

**2.** $f(1)+f(2)+f(3)+...+f(20)=3\cdot1+3\cdot2+3\cdot3+...+3\cdot20=3\cdot(1+2+3+...+20)=630$.

**3.** $b\cdot\cos C-c\cdot\cos B=b\cdot\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}-c\cdot\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{b^2-c^2}{a}$.

**4.** Condiții: $\begin{cases}x+16\geq0\\x-4\geq0\end{cases}\Leftrightarrow x\in[4,\infty)$; $\sqrt{x+16}=x-4\Leftrightarrow x+16=x^2-8x+16\Leftrightarrow x^2-9x=0\Leftrightarrow x\in\{0,9\}$.

$\left.\begin{matrix}x\in\{0,9\}\\x\in[4,\infty)\end{matrix}\right\}\Rightarrow x=9.$

**5.** Ecuația dreptei $AB$: $4x-3y+1=0$. Punctul $C(5,y)\in AB\Rightarrow$ coordonatele punctului $C$ verifică ecuația dreptei $AB$: $20-3y+1=0\Rightarrow y=7$.

**6.** Fiecare expresie din modul este negativă. Daca $a<0$, atunci $|a|=-a$;

$\left|\frac{1}{2}-\frac{2}{3}\right|=\frac{2}{3}-\frac{1}{2}$; $\left|\frac{2}{3}-\frac{3}{4}\right|=\frac{3}{4}-\frac{2}{3}$; $\ldots\left|\frac{2007}{2008}-\frac{2008}{2009}\right|=\frac{2008}{2009}-\frac{2007}{2008}$. Suma este $\frac{2007}{2\cdot2009}$.

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**
**Rezolvare**

**1.** $4^{x+1}=64 \Leftrightarrow 4^{x+1}=4^3 \Leftrightarrow x+1=3 \Leftrightarrow x=2$.

**2.** $|x|\le 3 \Leftrightarrow -3\le x\le 3 \Leftrightarrow\Leftrightarrow x\in[-3,3]$; $x\in[-3,3]$, $x\in\mathbb{Z} \Rightarrow x\in\{-3,-2-1,0,1,2,3\}$. $A=\{-3,-2,-1,0,1,2,3\}$.

**3.** $A(2,0)\in G_f \Rightarrow f(2)=0$; Dar $f(2)=2\cdot a+b$. Rezultă $2\cdot a+b=0$.

$B(0,4)\in G_f \Rightarrow f(0)=4, f(0)=b \Rightarrow b=4$; $a=-2$. Funcția este: $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=-2x+4$.

**4.** În triunghiul $ACD$, $m(\hat{D})=90^\circ$, $m(\hat{C})=30^\circ \Rightarrow \sin 30^\circ=\frac{AD}{AC} \Leftrightarrow \frac{1}{2}=\frac{AD}{8} \Leftrightarrow AD=4$.

În triunghiul $ADB$, $m(\hat{D})=90^\circ$, $m(B)=60^\circ \Rightarrow \sin 60^\circ=\frac{AD}{AB} \Rightarrow AB=\frac{8\sqrt{3}}{3}$; $\cos 60^\circ=\frac{BD}{AB} \Rightarrow BD=\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

**5.** Ecuația $x^2-ax-6=0$ are produsul soluțiilor $-6$. În mulțimea $A\cup B$ există numerele $-3$ și 2 al căror produs este $-6$. Deci soluțiile sunt $-3$ si 2. Suma lor este $a=-1$. Ecuația $x^2+bx+a-14=0$, pentru $a=-1$ devine: $x^2+bx-15=0$. Produsul soluțiilor acestei ecuații este $-15$. Așadar soluțiile ei sunt $-3$ si 5. Suma lor este $2=-b$. Rezultă $b=-2$.

**6.** Fie punctul $M$ mijlocul segmentului $[AB]$, punctul $N$ mijlocul segmentului $[BC]$, $P$ mijlocul lui $[AC]$. Așadar: $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=2\cdot\overrightarrow{OM}$; $\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=2\cdot\overrightarrow{ON}$; $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}=2\cdot\overrightarrow{OP}$.
Adunând aceste relații, se obține egalitatea din problemă.

Subiectul I

**Ministerul Educaţiei, Cercetării şi Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**
**Rezolvare**

**1.** $3x-2\le 13\Leftrightarrow 3x\le 15\Leftrightarrow x\le 5; x\in\mathbb{N}^*\Rightarrow x\in\{1,2,3,4,5\}$. Numerele prime din mulțimea $\{1,2,3,4,5\}$ sunt: 2;3;5. Numărul cazurilor favorabile = 3. Numărul cazurilor posibile = 5; $p=\frac{3}{5}$.

**2.** Se notează $5^x=t,\ t>0$. Ecuația devine: $t^2+t-2=0$ (1). Rezolvând ecuația (1) se obțin soluțiile: $t_1=1, t_2=-2$. Convine $t_1=1$. Înlocuind în notație, se obține $5^x=1\Leftrightarrow x=0$.

**3.** $x_1, x_2\in\mathbb{R}$ dacă $\Delta\ge 0$. $\Delta=1+8m\ge 0$. Rezolvând inecuația se obține : $m\in\left[-\frac{1}{8},\infty\right)$.

**4.** Fie $A(\alpha,\alpha)$ punctul de pe grafic în care abscisa este egală cu ordonata. Rezultă că $f(\alpha)=\alpha$, adică $3\cdot\alpha-2=\alpha$. Rezolvând ecuația, se obține $\alpha=1$. $A(1,1)$.

**5.**Fie $AC\cap BD=\{M\}$. Din $ABCD$ paralelogram rezultă: $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{MC}$ şi $\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{MD}$ şi $\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AM}$; $\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{CM}$. Adunând ultimile două egalități, obținem: $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}=2\cdot\overrightarrow{OM}$ (1) Analog: $\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OD}=2\cdot\overrightarrow{OM}$ (2). Din (1) şi (2) rezultă: $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OD}$.

**6.** Egalitatea din problemă devine: $a\cdot\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}+c\cdot\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=b.$

Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**
**Rezolvare**

**1.** $n+2=11 \Rightarrow n=9$.

**2.** Condiția $x^2+10>0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$. $\log_3\left(x^2+5\right)=2 \Leftrightarrow x^2+5=9 \Leftrightarrow x^2=4 \Leftrightarrow x=\pm 2$. $x \in \{-2,2\}$.

**3.** $a_1=1$, rația $r=4$; $S_n=\frac{2\cdot a_1+(n-1)\cdot r}{2}\cdot n$, $n\geq 1$; $S_{10}=\frac{2\cdot 1+9\cdot 4}{2}\cdot 10 \Rightarrow S_{10}=190$.

**4.** $\frac{b^2\sin^2 A}{a^2}+\frac{c^2\sin^2 A}{a^2}=\sin^2 A \Leftrightarrow b^2+c^2=a^2 \Leftrightarrow \triangle ABC$ este dreptunghic.

**5.** Ecuația din mulțimea A are produsul soluțiilor egal cu 3. Așadar, soluțiile acestei ecuații sunt 1 și 3. Suma lor este 4 și conform relațiilor lui Viète $-a=4 \Rightarrow a=-4$. În ecuația din mulțimea B, înlocuind pe $a=-4$, se obține produsul soluțiilor egal cu $-3$. Așadar soluțiile ecuației din mulțimea B sunt 1 și $-3$ a căror sumă este $-2$. Din relațiile lui Viète rezultă că $b=2$.

**6.** În triunghiul $MRP$ dreptunghic: $MR=\frac{MP}{2}$. Se aplică Pitagora în triunghiul $MRP$ și rezultă $MR=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**
**Rezolvare**

**1.** Condiția: $x^2+x>0 \Leftrightarrow x\in\mathbb{R}$. $\log_4\left(x^2+x\right)=1 \Leftrightarrow x^2+x=4 \Leftrightarrow x=-1$ este soluția ecuației.

**2.** $x_1+x_2=\frac{2-m}{m-1}$; $x_1\cdot x_2=\frac{-m}{m-1}$; Egalitatea din problemă devine $\frac{2-m}{m-1}-\frac{-m}{m-1}=2\Leftrightarrow m=2\in\mathbb{Z}$.

**3.** $A\left(\frac{m-1}{2},4\right)\in G_f \Rightarrow f\left(\frac{m-1}{2}\right)=4\Rightarrow \frac{m-1}{2}+m=4\Leftrightarrow m=3$.

**4.** Notăm: $m\left(\hat{A}\right)=A,\ m\left(\hat{B}\right)=B, m\left(\hat{C}\right)=C$, iar cu $a$, $b$, $c$ lungimile laturilor $BC$, $AC$, respectiv $AB$.

În $\triangle ABC\left(m\left(\sphericalangle A=90^\circ\right)\right)\Rightarrow \sin B=\frac{b}{a};\ \sin C=\frac{c}{a};\ \cos B=\frac{c}{a};\ \cos C=\frac{b}{a};$

$$(\sin B+\sin C)^2+(\cos B-\cos C)^2=\left(\frac{b+c}{a}\right)^2+\left(\frac{c-b}{a}\right)^2=\frac{2\left(b^2+c^2\right)}{a^2}=\frac{2a^2}{a^2}=2\in\mathbb{Z}.$$

**5.** Punctul $M\in[AB]$, $[AM]\equiv[MB]$; Punctul $N\in[CD]$, $[CN]\equiv[ND]$;

$\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DN}$ (1); $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CN}$ (2); *Dar* $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\vec{0};\ \overrightarrow{DN}+\overrightarrow{CN}=\vec{0};$ (3)

Adunând relațiile 1,2,3 se obține: $2\cdot\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}$.

**6.** $\frac{\sqrt{2}-1}{2-1}+\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2}+\frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{4-3}+\ldots+\frac{\sqrt{n}-\sqrt{n-1}}{n-n+1}=3\Leftrightarrow \sqrt{n}-1=3\Leftrightarrow\sqrt{n}=4\Leftrightarrow n=16.$

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**
**Rezolvare**

**1.** $\left(\left|2^{30}-3^{20}\right|+2^{30}\right):9^9=\left(3^{20}-2^{30}+2^{30}\right):3^{18}=9$.

**2.** $\frac{-2}{3}\cdot x+\frac{4}{9}\geq\frac{5}{18}\Leftrightarrow x\leq\frac{1}{4}\Leftrightarrow x\in\left(-\infty,\frac{1}{4}\right]$; Mulțimea soluțiilor inecuației este: $\left(-\infty,\frac{1}{4}\right]$.

**3.** $x_1,x_2\in\mathbb{R},\ x_1\neq x_2\ \Leftrightarrow\Delta>0;\Delta=1-4(m-1)\Rightarrow\Delta=-4m+5;\ -4m+5>0\Leftrightarrow m\in\left(-\infty,\frac{5}{4}\right)$.

**4.** Condiția de existență a logaritmului: $x^2-3x+11>0\ \Leftrightarrow x\in\mathbb{R}$. Din definiția logaritmului, obținem: $x^2-3x+11=9\Leftrightarrow\ x^2-3x+2=0\ \Leftrightarrow x\in\{1,2\}$.

**5**. Fie $M$ mijlocul segmentului $[BC]$. Coordonatele punctului $M$ sunt: $x_M=2;\ y_M=3$.

Lungimea medianei $AM\ =\sqrt{(2+2)^2+3^2}=5$.

**6.** Se aplică teorema cosinusului: $a\cos B+b\cos A=a\cdot\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}+b\cdot\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=c$.

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**
**Rezolvare**

**1.** Cartea are: $180\cdot\frac{100}{60}=300$ pagini. Elevul mai are de citit $300-180=120$ pagini.

**2.** $5^{2x+1}=125\Leftrightarrow 5^{2x+1}=5^3\Leftrightarrow 2x+1=3\Leftrightarrow 2x=2\Leftrightarrow x=1$.

**3.** Din $x_1=-1$ soluția ecuației $x^2-2ax-a=0$, $a\in\mathbb{R}$ rezultă $a=-1$;

Pentru $a=-1$ ecuația devine: $x^2+2x+1=0\Leftrightarrow (x+1)^2=0\Leftrightarrow x_1=x_2=-1$.

**4.** Termenii sumei sunt în progresie geometrică cu $b_1=1$ și rația $q=2$.
Numărul termenilor este 10. Suma primilor 10 termeni ai progresiei geometrice este:

$S_{10}=\frac{2^{10}-1}{2-1}\Rightarrow S_{10}=2^{10}-1\Rightarrow S_{10}=1023.$

**5.** $\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BM}\\ \overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CM}\end{array}\right\}\Rightarrow 2\cdot\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ (1). Analog $\begin{array}{l}2\cdot\overrightarrow{BN}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}(2)\\ 2\cdot\overrightarrow{CP}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}(3)\end{array}$

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}=\vec{0};\ \overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CB}=\vec{0};\ \overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CA}=\vec{0}$;

Adunând egalitățile 1,2,3 se obține: $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BN}+\overrightarrow{CP}=\vec{0}$.

**6.** Se aplică formulele: $\sin\left(180^0-x\right)=\sin x$; $\cos\left(180^o-x\right)=-\cos x$;

$\sin 120^o=\sin 60^o=\frac{\sqrt{3}}{2};\sin 150^o=\frac{1}{2};\ \cos 120^o=-\cos 60^o=-\frac{1}{2};\cos 150^o=-\cos 30^o=-\frac{\sqrt{3}}{2};$

$E=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}}{-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{\sqrt{3}-1}{-1-\sqrt{3}}=-2+\sqrt{3}$.

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**
**Rezolvare**

**1.** $(n+3)(n+4)=20 \Rightarrow n+3=4 \Rightarrow n=1$.

**2.** $2^{x^2-x}=1 \Leftrightarrow x^2-x=0 \Leftrightarrow x\in\{0,1\}$.

**3.** Termenii sumei sunt în progresie aritmetică cu $a_1=6$, rația $r=10$, $a_n=96$. Numărul termenilor se determină din formula termenului general:

$a_n=a_1+(n-1)r \Rightarrow 96=6+(n-1)10 \Leftrightarrow n-1=9 \Leftrightarrow n=10$; $S_{10}=\frac{2a_1+9r}{2}\cdot 10 \Leftrightarrow S_{10}=\frac{12+90}{2}\cdot 10 \Leftrightarrow S_{10}=510$

**4.** Vectorii sunt coliniari dacă există $k\in\mathbb{R}-\{0\}$ astfel încât $\vec{r_1}=k\cdot\vec{r_2}$; $\begin{cases}\alpha+1=-3k\\ 2=k\end{cases}\Leftrightarrow \alpha=-7$.

**5.** Relațiile lui Viète sunt: $x_1+x_2=\frac{-4-m^2}{m}$; $x_1\cdot x_2=\frac{m-2}{m}$; relația din problemă devine:

$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=2 \Leftrightarrow \frac{x_1+x_2}{x_1\cdot x_2}=2 \Leftrightarrow x_1+x_2=2\cdot x_1\cdot x_2$; $\frac{-4-m^2}{m}=2\cdot\frac{m-2}{m}\Leftrightarrow m\in\{-2,0\}$ (1);

$m\in\mathbb{R}-\{0\}$ (2); Din (1) și (2) rezultă $m\in\{-2\}$.

**6.** În $\triangle ABC$ $\left(m(\sphericalangle A)=90^\circ\right)$: $\sin B=\frac{b}{a}$; $\sin C=\frac{c}{a}$; $\cos B=\frac{c}{a}$; $\cos C=\frac{b}{a}$; înlocuind obținem:

$(c\sin B+b\sin C)(c\cos B+b\cos C)=\left(c\cdot\frac{b}{a}+b\cdot\frac{c}{a}\right)\left(c\cdot\frac{c}{a}+b\cdot\frac{b}{a}\right)=$

$=2\cdot\frac{b\cdot c}{a}\cdot\frac{c^2+b^2}{a}=2\cdot\frac{b\cdot c}{a}\cdot\frac{a^2}{a}=2\cdot\frac{b}{a}\cdot\frac{c}{a}\cdot a^2=2\cdot a^2\cdot\sin B\cdot\sin C$.

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**
**Rezolvare**

**1.** $\left|2\sqrt{3}-4\right|+\sqrt{12}=4-2\sqrt{3}+2\sqrt{3}=4$.

**2.** $f(x)=g(x)\Leftrightarrow x^2+4x+3=0$, cu soluțiile $x_1=-1,\ x_2=-3$.

**3.** Rația este $\sqrt[3]{\frac{54}{2}}=3$ și $b_4=2\cdot 3^2=18$.

**4.** $\left(2^x\right)^2-4\cdot 2^x+3=0\Rightarrow 2^x=1$ sau $2^x=3$. Obținem $x_1=0,\ x_2=\log_2 3$.

**5.** $BD^2=26$ și aria este 13.

**6.** $\sin\alpha=\frac{4}{5}$.

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**
**Rezolvare**

**1.** 11, 13, 15, …, 2009 sunt în număr de $\frac{2009-11}{2}+1=1000$.

**2.** Condiția: $3x-2>0 \Leftrightarrow x\in\left(\frac{2}{3},\infty\right)$; $\log_2(3x-2)=0 \Leftrightarrow 3x-2=1 \Leftrightarrow x=1\in\left(\frac{2}{3},\infty\right) \Rightarrow x=1.$

**3.** $\triangle ABC$ este echilateral dacă $[AB]\equiv[AC]\equiv[BC]$; $AB=\sqrt{(x_A-x_B)^2+(y_A-y_B)^2}$; $AB=2; AC=2; BC=2.$

**4.** Termenii din primul membru al egalității sunt în progresie geometrică cu $b_1=1; q=2.$

Înlocuind pe $b_1$ si q, obtinem: $S_n=\frac{2^n-1}{2-1}; 2^n-1=1023 \Leftrightarrow 2^n=1024 \Leftrightarrow 2^n=2^{10} \Leftrightarrow n=10$.

**5.** $\overrightarrow{AA'}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right); \overrightarrow{BB'}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}\right); \overrightarrow{CC'}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CA}\right); \overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}=\vec{0}$; $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CB}=\vec{0}$; $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CA}=\vec{0}$;

Adunând cele trei egalități, obținem: $\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{CC'}=\vec{0}$.

**6.** $x_1+x_2=\frac{2(m-1)}{m+3}$; $x_1\cdot x_2=\frac{m-2}{m+3}$; $2\cdot\frac{2(m-1)}{m+3}-5\cdot\frac{m-2}{m+3}=-\frac{13}{2} \Leftrightarrow m=-\frac{51}{11}$.

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**
**Rezolvare**

**1.** $\frac{1}{5}\vec{r_1}-\frac{1}{2}\vec{r_2}=2\vec{i}-\frac{13}{5}\vec{j}$; $2\vec{i}-\frac{13}{5}\vec{j}=\alpha\vec{i}+2\beta\vec{j}\Leftrightarrow\alpha=2;\ \beta=-\frac{13}{10}$.

**2.** $2^{2x}\cdot 2-3\cdot 2^{2x}+1=0\Leftrightarrow -2^{2x}+1=0\Leftrightarrow 2^{2x}=1\Leftrightarrow 2x=0\Leftrightarrow x=0$ este soluția ecuației.

**3.** Termenii din sumă sunt în progresie geometrică cu $b_1=1$ și $q=3$ și sunt în număr de 10 termeni.

$S_n=\frac{b_1\left(q^n-1\right)}{q-1}$, $n\geq 1;\ q\neq 1;\ S_{10}=\frac{3^{10}-1}{2}$.

**4.** Relațiile lui Viète sunt: $\begin{cases} x_1+x_2=-\frac{(m+1)}{m} \\ x_1\cdot x_2=-\frac{2}{m} \end{cases}$.

Relația din problemă se scrie: $\frac{-m-1}{m}+\frac{2}{m}=-\frac{3}{4}\Leftrightarrow -4m-4+8=-3m\Leftrightarrow m=4$.

**5.** Se aplică în $\triangle ABC$ teorema cosinusului : $\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$.

Egalitatea din problemă devine: $a=2b\cdot\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}\Leftrightarrow a^2=a^2+b^2-c^2\Leftrightarrow b^2=c^2\Leftrightarrow b=c$.

**6.** $2500\cdot\frac{10}{100}=250$ lei; $2500-250=2250$ lei; $2250\cdot\frac{12}{100}=270$lei ; $2250-270=1980$ lei .

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**
**Rezolvare**

**1.** 240 pagini reprezintă 100% – 30% – 10% = 60% din numărul de pagini ale cărții.

Cartea are $240 \cdot \frac{100}{60} = 400$ pagini.

**2.** $3^x - 3^x \cdot 3^3 = -78 \Leftrightarrow 3^x \cdot (-26) = -78 \Leftrightarrow 3^x = 3 \Leftrightarrow x = 1$ soluția ecuației.

**3.** Termenii sumei sunt în progresie aritmetică cu $a_1 = 1,\ r = 2.$ Numărul de termeni se determină din formula termenului general: $a_n = a_1 + (n-1) \cdot r \Rightarrow 19 = 1 + (n-1) \cdot 2 \Rightarrow n = 10$. $S_{10} = \frac{(1+19) \cdot 10}{2}$; $S_{10} = 100.$

**4.** Relațiile lui Viète sunt: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \cdot \frac{(2m-1)}{3} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{m^2-1}{3} \end{cases}$.

Relația din problemă devine: $2 \cdot \frac{2m-1}{3} - \frac{m^2-1}{3} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \ m^2 - 4m + 3 = 0 \Leftrightarrow m \in \{1, 3\}$.

**5.** Ecuația dreptei $AB: x - 4y + 19 = 0$; $C \in AB \Rightarrow \alpha - 32 + 19 = 0 \Leftrightarrow \alpha = 13.$

**6.** $\left.\begin{array}{l} m(\hat{A}) + m(\hat{B}) + m(\hat{C}) = 180^o \\ m(\hat{A}) = 30^o; m(\hat{B}) = 60^o \end{array}\right\} \Rightarrow m(\hat{C}) = 90^o \Rightarrow \triangle ABC$ dreptunghic în $\hat{C}$.

$\sin A = \frac{BC}{AB} \Rightarrow \sin 30^0 = \frac{8}{AB} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{8}{AB} \Rightarrow AB = 16;$

$\cos A = \frac{AC}{AB} \Rightarrow \cos 30^0 = \frac{AC}{16} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AC}{16} \Rightarrow AC = 8\sqrt{3}$.

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{100}\right)=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}\cdot\ldots\cdot\frac{99}{100}=\frac{1}{100}$.

**2.** Condiția $x>0$; $2^{\log_5 x}=4\Leftrightarrow 2^{\log_5 x}=2^2\Leftrightarrow \log_5 x=2\Leftrightarrow x=25$.

**3.** $\begin{cases}y=x+4\\y=x^2-2x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=x+4\\x^2-2x=x+4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=x+4\\x^2-3x-4=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\y=3\end{cases};\begin{cases}x=4\\y=8\end{cases}$

**4.** $A(4m-5,m)\in G_f\Rightarrow f(4m-5)=m;\ f(4m-5)=3(4m-5)+6m-2;\ 3(4m-5)+6m-2=m\Leftrightarrow m=1.$

**5.** Din $m(\hat{B})=60^\circ$, $m(\hat{C})=30^\circ\Rightarrow m(\sphericalangle A)=90^\circ$.

În $\triangle ADB$: $m(\sphericalangle D)=90^o, m(\sphericalangle B)=60^o\Rightarrow m(\sphericalangle(BAD))=30^o;\sin 30^o=\frac{BD}{AB}\Rightarrow\frac{1}{2}=\frac{2}{AB}\Rightarrow AB=4;$

In $\triangle ABC$, $m(\sphericalangle A)=90^o, m(\sphericalangle C)=30^o\Rightarrow\sin 30^o=\frac{AB}{BC}\Rightarrow\frac{1}{2}=\frac{4}{BC}\Rightarrow BC=8;\ AC=4\sqrt{3}$.

**6.** $\sin 150^o=\sin(180^o-30^o)=\sin 30^o=\frac{1}{2};\ \sin 120^o=\sin(180^o-60^o)=\sin 60^o=\frac{\sqrt{3}}{2};$

$$\frac{\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{\frac{1-\sqrt{3}}{2}}{\frac{1+\sqrt{3}}{2}}=\frac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}=\frac{(1-\sqrt{3})^2}{1-3}=\frac{4-2\cdot\sqrt{3}}{-2}=\sqrt{3}-2.$$

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**
**Rezolvare**

**1.** $x^2-6x-7=0;\ x_1=7;\ x_2=-1;\left.\begin{matrix}x_1=7;x_2=-1\\ \text{dar } x\in\mathbb{N}\end{matrix}\right\}\Rightarrow x=7;\ A=\{7\}.$

**2.** $\begin{cases}a-b=2\\ a+b=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{5}{2}\\ b=\dfrac{1}{2}\end{cases}.$

**3.** $\begin{cases}a_3=12\\ a_6=30\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a_1+2r=12\\ a_1+5r=30\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a_1=0\\ r=6\end{cases};\ a_{10}=a_1+9\cdot r\Rightarrow a_{10}=0+9\cdot 6=54.$

**4.** Condiția: $2-x\geq 0\Leftrightarrow x\leq 2\Leftrightarrow x\in(-\infty,2];\sqrt{2-x}=2\Leftrightarrow 2-x=4\Leftrightarrow x=-2\in(-\infty,2];x=-2.$

**5.** $\Delta=0;\Delta=4(4m+3)^2-4(6m+7)\Leftrightarrow\Delta=8\left(8m^2+9m+1\right);8\left(8m^2+9m+1\right)=0\Leftrightarrow m\in\left\{-\dfrac{1}{8},-1\right\}.$

**6.** În triunghiul $ABC: m(\hat{A})+m(\hat{B})+m(\hat{C})=180^o; m(\hat{B})=60^o; m(\hat{C})=30^o\Rightarrow m(\hat{A})=90^o;$

În triunghiul $ADC:\ m(\sphericalangle D)=90^o, m(\sphericalangle C)=30^o$ rezultă $AD=1;$

În triunghiul $ADB:\ m(\sphericalangle D)=90^o, m(\sphericalangle B)=60^o\Rightarrow$

$\sin 60^o=\dfrac{AD}{AB}\Rightarrow\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{1}{AB}\Rightarrow AB=\dfrac{2\sqrt{3}}{3};\cos 60^\circ=\dfrac{BD}{AB}\Rightarrow BD=\dfrac{\sqrt{3}}{3}.$

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**
**Rezolvare**

**1.** Condiția de existență este: $x>0$. Rezolvarea ecuației: $\log_{\frac{1}{3}} x=-2 \Leftrightarrow x=\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \Leftrightarrow x=9$.

**2.** Fie $A(\alpha,2\alpha)\in G_f \Rightarrow f(\alpha)=2\alpha$. Dar $f(\alpha)=-2\alpha+4$. $-2\alpha+4=2\alpha \Leftrightarrow 4\alpha=4 \Leftrightarrow \alpha=1$. Punctul $A(1,2)$.

**3.** $x_1=-1$ este soluția ecuației $\Rightarrow$ verfică ecuația $\Rightarrow m^2+6+3m-1-m^2-2=0 \Leftrightarrow 3m+3=0 \Leftrightarrow m=-1$.

**4.** $ABCD$ –trapez isoscel $\Rightarrow AB \| CD; [AD]\equiv[BC]; AD\cap BC\neq\varnothing; m(\hat{A})\equiv m(\hat{B})=45^o$;

$CF\perp AB, F\in AB, CF=\sqrt{2}$; $\triangle CFB\left(m(\hat{F})=90^o\right)$; $m(\hat{B})=45^o \Rightarrow \triangle CFB$ dr. isoscel $\Rightarrow [CF]\equiv[FB]=\sqrt{2}$.

În $\triangle CFB\left(m(\hat{F})=90^o\right)$ rezultă, conform teoremei lui Pitagora că $BC=AD=2$; $AD+BC=4$.

**5.** $100\%-20\%-75\%=5\%$; 160 lei reprezintă 5% din suma inițială. Suma inițială este: $160\cdot\frac{100}{5}=3200$ lei.

**6.** Fie dreapta d –mediatoarea segmentului $[AB]; d\cap[AB]=\{M\}, [AM]\equiv[MB]; d\perp AB \Rightarrow m_d\cdot m_{AB}=-1$.

$x_M=\frac{x_A+x_B}{2}\Rightarrow x_M=-\frac{1}{2}; y_M=\frac{y_A+y_B}{2}\Rightarrow y_M=\frac{7}{2}; m_{AB}=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}\Rightarrow m_{AB}=\frac{-3}{-3}=1;\ m_d=-1$.

Ecuația dreptei $d$ este: $y+x=3$.

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**
**Rezolvare**

**1.** $3+20^2>x \Leftrightarrow \in \mathbb{R}$; $\log_2\left(2x^2\right) \Leftrightarrow 2+3=2x^2 \Leftrightarrow 4$ $2x^2=1 \Leftrightarrow x^2=\frac{1}{2} \Leftrightarrow x=\pm\frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$.

**2.** Numerele naturale impare sunt: $1,3,5,7,\ldots$. Acest şir de numere este o progresie aritmetică cu primul termen 1 şi rația 2. $a_{10}=1+9\cdot 2=19$. Suma primelor zece numere naturale impare este 100.

**3.** $x^2-4x-15=0$. Relațiile lui Viète sunt: $\begin{cases} x_1+x_2=4 \\ x_1\cdot x_2=-15 \end{cases}$; $x_1^2+x_2^2=\left(x_1+x_2\right)^2-2x_1x_2 \Rightarrow x_1^2+x_2^2=46$.

**4.** $1000\cdot\frac{5}{100}=50$ lei; $1000-50=950$ lei; $950\cdot\frac{5}{100}=47,5$ lei; $950+47,5=997,5$ lei.

**5.** Ecuația dreptei $AB$ este: $2x-y+4=0$. Ecuația dreptei $OY$ este: $x=0$.

Fie $AB\cap OY=\{M\}$. $\begin{cases} x=0 \\ 2x-y+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ -y+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=4 \end{cases} \Rightarrow M\left(0,4\right)$.

**6.** Fie $M\in[BC],[BM]\equiv[MC]$, $\triangle ABC\left(m\left(\hat{A}\right)=90^o\right)$, $AM=5$ cm (mediană) $\Rightarrow BC=10$ cm.

$\triangle ABC\left(m\left(\hat{A}\right)=90^o\right)$ rezultă conform teoremei lui Pitagora: $AC=5\sqrt{3}$ cm.

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**
**Rezolvare**

**1.** Condiția de existență a logaritmului este: $x-\frac{3}{4}>0 \Leftrightarrow x\in\left(\frac{3}{4},\infty\right)$.

$\log_4\left(x-\frac{3}{4}\right)=-1 \Leftrightarrow x-\frac{3}{4}=4^{-1} \Leftrightarrow x-\frac{3}{4}=\frac{1}{4} \Leftrightarrow x=1.$

**2.** $(x-4)(x-5)=72 \Rightarrow x-5=8 \Rightarrow x=13$.

**3.** Valoarea maximă este $-\frac{\Delta}{4a}=\pm 1$.

**4.** $f(1)=3\cdot 1+2;\ f(2)=3\cdot 2+2;\ f(3)=3\cdot 3+2;\ldots f(10)=3\cdot 10+2$. Adunăm aceste relații, obținem:
$f(1)+f(2)+f(3)+\ldots+f(10)=3\cdot(1+2+3+\ldots+10)+2\cdot 10=185.$

**5.** $A(2,2)\in AB \Rightarrow 2+2a+b=0$, $B(3,3)\in AB \Rightarrow 3+3a+b=0$; $\begin{cases}2a+b=-2\\3a+b=-3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=-1\\b=0\end{cases}\Rightarrow a\cdot b=0.$

**6.** Din $G=$centrul de greutate al triunghiului $ABC$, rezultă: $\overrightarrow{AG}=2\cdot\overrightarrow{GM}$ (1).
În triunghiul $BGC$, vectorul $\overrightarrow{GM}$ este vectorul mediană $\Rightarrow 2\cdot\overrightarrow{GM}=\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}$ (2) Din 1 și 2 rezultă că $\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC} \Leftrightarrow \overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GA}=\vec{0}$.

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**
**Rezolvare**

**1.** $4^x - 64 = 0 \Leftrightarrow 4^x = 64 \Leftrightarrow 2^{2x} = 2^6 \Leftrightarrow 2x = 6 \Leftrightarrow x = 3$.

**2.** $b_n = b_1 \cdot q^{n-1},\ n \geq 1;\ b_1 = \frac{2}{3};\ q = \sqrt{3};\ b_5 = b_1 \cdot q^4 \Rightarrow b_5 = \frac{2}{3} \cdot \left(\sqrt{3}\right)^4 = \frac{2}{3} \cdot 3^2 = 6.$

**3.** $n^2 - 5n + 4 < 0 \Leftrightarrow n \in (1,4)$; elementele 2 și 3 din mulțime aparțin $(1,4)$; $p = \frac{2}{5}$.

**4.** Axa de simetrie a parabolei este dreapta: $x = -\frac{b}{2a}$;

$x = \frac{2m-1}{2m}$, dar $x = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{2m-1}{2m} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow 4m - 2 = 6m \Leftrightarrow 2m = -2 \Leftrightarrow m = -1$.

**5.** Vectorii sunt coliniari dacă $\exists \alpha \in \mathbb{R}^*$ astfel încât $\vec{r_1} = \alpha \cdot \vec{r_2}$; $3 \cdot \vec{i} + 5 \cdot \vec{j} = \alpha\left(-6 \cdot \vec{i} - 10 \cdot \vec{j}\right) \Leftrightarrow \alpha = -\frac{1}{2}$.

**6.** Se aplică în $\triangle ABC$ teorema sinusurilor: $b = \frac{a \sin B}{\sin A}; c = \frac{a \sin C}{\sin A}$. Înlocuind în relația $b + c = 2a$, obținem concluzia problemei.

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $A\cup B=\{-4,-3,-2,-1,0,1,3\}$; $A\cap B=\{-3,-1,0\}$; $(A\cup B)-(A\cap B)=\{-4,-2,1,3\}$.

**2.** $-x+6>0\Leftrightarrow x<6\Leftrightarrow x\in(-\infty,6)$; $-x+6=2^2\Leftrightarrow x=2$; $2\in(-\infty,6)$.

**3.** $\vec{t}=2\cdot(2\cdot\vec{i}-3\cdot\vec{j})-\vec{i}+5\cdot\vec{j}-\frac{1}{3}\cdot3\vec{j}=3\cdot\vec{i}-2\vec{j}$.

**4.** Rezolvând sistemul format din $f(0)=-3$ și $f(1)=0$ obținem $a=3$, $b=-3$. Deci $f(x)=3x-3$.

**5.** Folosind relațiile lui Viète $x_1+x_2=1$, $x_1x_2=-7$ obținem: $E=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2-\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}=\frac{106}{7}$.

**6.** $\frac{2}{\sqrt{3}}\cdot\sin(180^\circ-60^\circ)+2\cdot\cos(180^\circ-60^\circ)+2\cdot\sin45^\circ-2\cdot\cos60^\circ=$

$=\frac{2}{\sqrt{3}}\cdot\sin60^\circ-2\cdot\cos60^\circ+2\cdot\sin45^\circ-2\cdot\cos60^\circ=\frac{2}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}-2\cdot\frac{1}{2}+2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}-2\cdot\frac{1}{2}=\sqrt{2}-1$.

Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $a_6 = a_3 \cdot q^3 \Leftrightarrow a_6 = 96$; $a_8 = a_3 \cdot q^5 \Leftrightarrow a_8 = 384$ ; $a_6 + a_8 = 480$.

**2.** $\frac{5}{100} \cdot 120 = 6$ lei (scumpirea). Prețul final este de $126$ lei.

**3.** Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2 - 5x$. Soluțiile ecuației $f(x) = 2$ sunt $\frac{1}{2}$ și $2$. Obținem $x \in \left(\frac{1}{2}, 2\right)$.

**4.** $AC = 5\sqrt{3}$ din teorema lui Pitagora ; $A(\triangle ABC) = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{25\sqrt{3}}{2}$.

**5.** $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM}$; $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CM}$; $\overrightarrow{BM} = -\overrightarrow{CM} \Rightarrow 2 \cdot \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$; analog $2 \cdot \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$ și $2 \cdot \overrightarrow{CP} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$; $2 \cdot \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}; 2 \cdot \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}; 2 \cdot \overrightarrow{CP} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$. Adunându-le obținem: $2 \cdot \overrightarrow{AM} + 2 \cdot \overrightarrow{BN} + 2 \cdot \overrightarrow{CP} = \vec{0}$.

**6.** $3^{2x^2 - 9x} = (3^{-2})^{4x} \Leftrightarrow 2x^2 - x = 0$. Obținem $x_1 = 0$, $x_2 = \frac{1}{2}$.

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

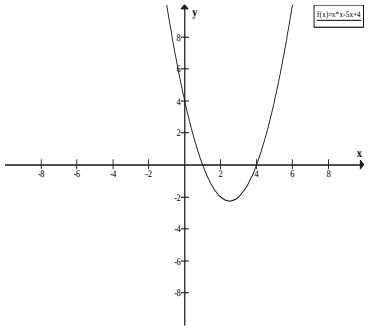
**Rezolvare**

**1.** $\log_7 49+\log_7 \frac{1}{7}-3\cdot\log_7 7^{\frac{1}{3}}+2\cdot\log_7 1=\log_7 7^2+\log_7 7^{-1}-3\cdot\log_7 7^{\frac{1}{3}}+2\cdot 0=2-1-1=0$.

**2.** $a_7+4\cdot r=a_{11}\Leftrightarrow r=1;\ a_1=a_7-6\cdot r\Leftrightarrow a_1=10$. $a_{20}=a_1+19\cdot r\Leftrightarrow a_{20}=29$; $S_{20}=\frac{(a_1+a_{20})\cdot 20}{2}=390$.

**3.**

| $x$ | $-\infty$ | $1$ | $\frac{5}{2}$ | $4$ | $\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $0$ | $\frac{-9}{4}$ | $0$ | |




**4.** $\overrightarrow{r_G}=\frac{1}{3}\cdot(\overrightarrow{r_A}+\overrightarrow{r_B}+\overrightarrow{r_C})=\frac{2}{3}\cdot\vec{i}+\frac{2}{3}\cdot\vec{j}$.

**5.** $3^x+3^x\cdot 3+3^x\cdot 3^2=117\Leftrightarrow 3^x=9\Leftrightarrow x=2$

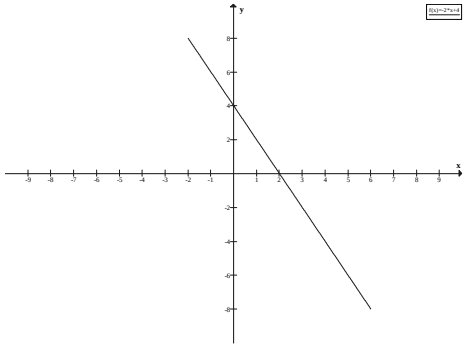
**6.** $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2\cdot b\cdot c}=\frac{129}{168}$, $\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2\cdot a\cdot c}=-\frac{31}{112}$ $\Rightarrow\frac{\cos A}{\cos B}=-\frac{86}{31}$. ( $a$, $b$, $c$, $A$, $B$, $C$ sunt notațiile uzuale într-un triunghi )

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $f(0)=4; f(2)=0$.



**2.** Folosind formula distanței dintre 2 puncte, obținem $AB=\sqrt{2}, BC=\sqrt{13}, CA=\sqrt{13}$. $P=\sqrt{2}+2\cdot\sqrt{13}$.

**3.** 6.

**4.** $\sin 30^\circ=\frac{4}{BC}\Leftrightarrow BC=8;\ \cos 30^\circ=\frac{AB}{8}\Leftrightarrow AB=4\sqrt{3}$; $A_{\triangle ABC}=8\sqrt{3}$.

**5.** $f(2)=9\Leftrightarrow a^2=9\Leftrightarrow a=\pm 3$. Cum $a\in(0,+\infty)$, rezultă $a=3$.

**6.** Înlocuind pe $y$ din prima ecuație în a doua, obținem $(x-2)^2=0$. Soluția sistemului este $\begin{cases}x=2\\y=4\end{cases}$.

Subiectul I

**Ministerul Educaţiei, Cercetării şi Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $x=0,75$ ; $y=1^5=1$ ; $z=-1$ . Atunci $|x-y+z|=|0,75-1-1|=1,25$.

**2.** $a_7=a_1+6\cdot r=-7$ ; $a_8=a_7+r=-9$. Se obține $a_7{}^2+a_8{}^2=49+81=130$.

**3.** $m(\hat{C})=30^\circ$; $\sin 30^\circ=\dfrac{8}{BC}\Leftrightarrow$ BC=16 ; $\cos 30^\circ=\dfrac{AC}{16}\Leftrightarrow AC=8\sqrt{3}$ . $P=8+8\sqrt{3}+16=24+8\sqrt{3}$ .

**4.** $2\cdot\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=2\cdot(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+3\cdot\overrightarrow{AD}$ .

**5.** $f(2)=1-m$; $f(x)=2x^2-mx+4\Rightarrow 8-2m+4=1-m\Leftrightarrow m=11$.

**6.** $x>0\Leftrightarrow x\in(0,+\infty)$ . Notăm $\log_3 x=t$ şi ecuația devine $t^2-5t+4=0$, cu soluțiile $t_1=1, t_2=4$ . $x\in\{3,81\}$ .

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $p(-3):"2\cdot 9-9-7=-3+5"$ propoziție adevărată.

**2.** $S=x_1+x_2=-\frac{b}{a}=\frac{1}{2}; P=x_1x_2=\frac{c}{a}=-\frac{7}{2}.$

**3.** $a_{10}=a_6+4r\Leftrightarrow 0=8+4r\Leftrightarrow r=-2$. $a_1=a_6-5r=18$. Se obține $a_1{}^2+r^2=18^2+(-2)^2=328$.

**4.** $\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{33}{42}=\frac{11}{14}$. Se notează cu $a,\ b,\ c$ lungimile laturilor $BC,\ AC,\ AB$.

**5.** $f(4)=1; f(x)=\log_a x\Rightarrow \log_a 4=1\Leftrightarrow a=4$.

**6.** $\vec{v}=\alpha\cdot\vec{a}+\beta\cdot\vec{b}\Leftrightarrow\begin{cases}-\alpha+2\cdot\beta=2\\ \alpha-3\cdot\beta=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\alpha=-16\\ \beta=-7\end{cases}\Rightarrow\vec{v}=-16\cdot\vec{a}-7\cdot\vec{b}$.

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\cdot(x-x_1)\Leftrightarrow y+1=-\frac{5}{3}\cdot(x-3)\Leftrightarrow 5\cdot x+3\cdot y-12=0$.

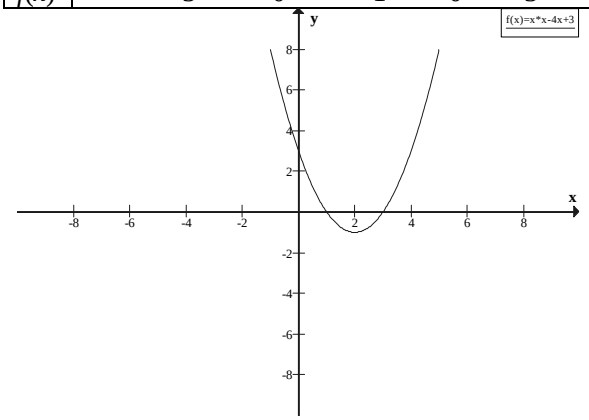
**2.** $m(\hat{C})=45^\circ$; Triunghiul $ABC$ este dreptunghic isoscel $\Rightarrow AB=AC=5$. $P=5+5+5\sqrt{2}=10+5\sqrt{2}$.

**3.** $b_7=b_4\cdot q^3\Leftrightarrow 81=3\cdot q^3\Leftrightarrow q=3$. Rezultă că $1+q+q^2+q^3=1+3+3^2+3^3=40$.

**4.** $A=\{-3,-2,-1,0,1,2,3\}$. $|x-3|\leq 1\Leftrightarrow x-3\in[-1,1]\Leftrightarrow x\in[2,4]$. Dar $x\in\mathbb{Z}$, rezultă $B=\{2,3,4\}$. $A\cap B=\{2,3\}$.

**5.**

| $x$ | $-\infty$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | 3 | 0 | $-1$ | 0 | 3 | |




**6.** $\left(\frac{3}{5}\right)^{x-1}=\left(\frac{3}{5}\right)^{3x-1}\Leftrightarrow x-1=3x-1\Leftrightarrow x=0$.

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $2^{-4} < 2^{-2} < 2^0 < 2^2 < 2^6$.

**2.** $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \Leftrightarrow AB = 3\sqrt{2}$.

**3.** Înmulțind a doua ecuație cu 2 și adunându-le obținem $x = 1$. Înlocuind pe $x$ într-una din ecuații obținem $y = -3$. $S = \{(1, -3)\}$.

**4.** $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{3}{2}$; $x_1 x_2 = \frac{c}{a} = -\frac{1}{2}$. Rezultă $E = \frac{5}{2}$.

**5.** $C.E.\ x^2 - 4x + 27 > 0$; $x^2 - 4x + 27 = 3^3 \Leftrightarrow x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0,\ x_2 = 4$.

**6.** $5 \cdot \sin(180^\circ - 30^\circ) - 2 \cdot \cos(180^\circ - 30^\circ) + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sin 45^\circ - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \cos 45^\circ = 5 \cdot \sin 30^\circ - 2 \cdot (-\cos 30^\circ) +$

$+ \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{5 + 2\sqrt{3}}{2}$.

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $\left(5^2\right)^3 \cdot 5^{-2} \cdot \frac{1}{125} \cdot 5^0 = 5^6 \cdot 5^{-2} \cdot 5^{-3} \cdot 1 = 5$.

**2.** $a_7 = a_1 + 6 \cdot r = -7 \Rightarrow \left(a_1 + a_7\right)^2 = \left(5-7\right)^2 = 4$.

**3.** Relațiile lui Viète sunt $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{2}{3}$; $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = -\frac{7}{3} \Rightarrow E = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{2}{7}$.

**4.** Avem $x-2 \geq 0$ și $3-x \geq 0$. Obținem $x \in [2,3]$. Ridicând la pătrat obținem

$x-2 = 9-6x+x^2 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 11 = 0$; $\Delta = 5$; $x_1 = \frac{7+\sqrt{5}}{2} \notin [2,3]$, $x_2 = \frac{7-\sqrt{5}}{2} \in [2,3]$.

**5.** $\overrightarrow{r_G} = \frac{1}{3} \cdot \left(\overrightarrow{r_A} + \overrightarrow{r_B} + \overrightarrow{r_C}\right) = \vec{i} - 2 \cdot \vec{j}$.

**6.** Utilizând (teorema sinusurilor) $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$, unde $a$ și $b$ sunt lungimile laturilor $BC$, respective $AC$, obținem $\frac{8}{\sin 60^\circ} = \frac{3}{\sin B} \Leftrightarrow \sin B = \frac{3\sqrt{3}}{16}$.

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $x = 2 - 2\sqrt{2} \simeq -0,8$, deci cel mai mare număr întreg mai mic decât $x$ este $-1$.

**2.** $y - y_A = m \cdot (x - x_A) \Leftrightarrow y - 4 = \frac{1}{2} \cdot (x + 1) \Leftrightarrow x - 2 \cdot y + 9 = 0$.

**3.** Înmulțind a doua ecuație cu -2 și adunându-le obținem $y = -2$. Înlocuind pe $y$ într-una din ecuații obținem $x = 0$. $S = \{(0, -2)\}$.

**4.**

| $x$ | $-\infty$ | $\frac{1}{2}$ | $2$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | +++++++ | 0 ---------- | 0 | ++++++ |

**5.** $2^{x^2-x-6} = 2^{-4} \Leftrightarrow x^2 - x - 6 = -4 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$, cu soluțiile $x_1 = -1, x_2 = 2$.

**6.** Folosind teorema sinusurilor $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$, obținem

$a \cdot \frac{a}{2R} - b \cdot \frac{b}{2R} - c \cdot \frac{c}{2R} = 0 \Leftrightarrow a^2 = b^2 + c^2$. Rezultă că triunghiul este dreptunghic în $A$.

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $2^3 : 2^4 + 1 \cdot 2^{-1} \cdot 2^6 = 2^{-1} + 2^5 = \frac{1}{2} + 32 = \frac{65}{2}$.

**2.** $b_5 = b_1 \cdot q^4 \Leftrightarrow b_1 = 3^7 \Rightarrow \frac{1}{81} \cdot b_1 + 81 \cdot q = \frac{1}{81} \cdot 3^7 + 81 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = 27 - 27 = 0$.

**3.** $-\frac{b}{2a} = \frac{3}{4}; a > 0 \Rightarrow$ $f$ este descrescătoare pe intervalul $\left(-\infty, \frac{3}{4}\right]$ și crescătoare pe intervalul $\left[\frac{3}{4}, +\infty\right)$.

**4.** $x - 2 > 0 \Leftrightarrow x \in (2, +\infty)$. $x - 2 = 5^2 \Leftrightarrow x = 27$.

**5.** $\overrightarrow{r_M} = \frac{1}{1+k} \cdot \left(\overrightarrow{r_A} + k \cdot \overrightarrow{r_B}\right) = \frac{1}{3} \cdot \left(4 \cdot \vec{i} + \vec{j} - 4 \cdot \vec{i} + 10 \cdot \vec{j}\right) = \frac{11}{3} \cdot \vec{j}$.

**6.** Notăm cu $a$, $b$, $c$ lungimile laturilor $BC$, $AC$, respectiv $AB$, iar cu $A$, $B$, $C$ măsurile unghiurilor $\hat{A}$, $\hat{B}$ respectiv $\hat{C}$. $a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos A \Leftrightarrow c^2 - 3c - 7 = 0$; $c_1 = \frac{3+\sqrt{37}}{2}; c_2 = \frac{3-\sqrt{37}}{2}$.

Valoarea obținută pentru $c_2$ este negativă, deci nu convine. Rezultă că $AB = \frac{3+\sqrt{37}}{2}$.

Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** Aplicând teorema lui Pitagora $\Rightarrow AB = 7\sqrt{3}$. $A(\triangle ABC) = \frac{49\sqrt{3}}{2}$.

**2.** $\log_5 5^2 - \log_5 5^{\frac{1}{2}} + \log_5 5^{-3} = -\frac{3}{2}$.

**3.** Ecuația care are ca soluții pe *x* și *y* este $t^2 - 10t + 21 = 0 \Rightarrow (x, y) \in \{(3,7),(7,3)\}$.

**4.** $a_{10} = a_1 + 9 \cdot r = 31 \Rightarrow S_{10} = \frac{(a_1 + a_{10}) \cdot 10}{2} = 175$.

**5.** Dreapta căutată trebuie să aibă aceeași pantă cu dreapta dată, adică $-2$. Ecuația cerută este $y - 2 = -2 \cdot (x - 3) \Leftrightarrow 2 \cdot x + y - 8 = 0$.

**6.** Ridicăm la puterea a treia și obținem $x^3 + 4 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 \Leftrightarrow 3x^2 - 3x + 5 = 0$. $\Delta < 0 \Rightarrow$ ecuația nu are soluții reale.

Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $x = 3 + 3\sqrt{7} \simeq 10{,}9$, deci cel mai mic număr întreg mai mare decât $x$ este 11.

**2.** Dreapta care trece prin punctele $(0,6)$ și $(-2,0)$.

**3.** $x(x+m) \geq 0,\ \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow m = 0$.

**4.** Ecuația $2t^2 - 3t + 1 = 0$ are rădăcinile 1 și $\frac{1}{2}$, deci $x_1 = 0,\ x_2 = 1$.

**5.** $a + 4 + 4 = 0 \Rightarrow a = -8;\ a + 1 + 2b + 4 = 0 \Rightarrow b = \frac{3}{2}$.

**6.** $A_{ABC} = \frac{2 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2}}{2} = 2$.

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\Rightarrow x_1=2, x_2=3$.

**2.** $\vec{u}-2\cdot\vec{v}-\vec{w}=2\cdot\vec{i}+\vec{j}-2\cdot\left(-3\cdot\vec{i}\right)-5\cdot\vec{j}=8\cdot\vec{i}-4\cdot\vec{j}$.

**3.** $b_3=b_1\cdot q^2\Leftrightarrow 16=b_1\cdot(-2)^2\Leftrightarrow b_1=4$; $S_6=b_1\cdot\dfrac{q^6-1}{q-1}=4\cdot\dfrac{(-2)^6-1}{-2-1}=4\cdot\dfrac{1-2^6}{3}=-84$.

**4.** $-2x+6\geq 0\Rightarrow x\leq 3\Rightarrow x\in(-\infty;3]$.

**5.** $\dfrac{\sin\left(180^\circ-45^\circ\right)+\cos\left(180^\circ-45^\circ\right)}{2}+\sin 60^\circ-\cos 30^\circ=\dfrac{\sin 45^\circ-\cos 45^\circ}{2}+\sin 60^\circ-\cos 30^\circ=0$.

**6.** $\begin{cases}x+1\geq 0\\-x+2\geq 0\end{cases}\Rightarrow x\in[-1,2]$. Ridicăm la pătrat și obținem:

$x+1+2\cdot\sqrt{x+1}\cdot\sqrt{-x+2}-x+2=3\Leftrightarrow 2\cdot\sqrt{x+1}\cdot\sqrt{-x+2}=0\Leftrightarrow x_1=-1, x_2=2$

Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $1200+\frac{6}{100}\cdot 1200=1272$ lei.

**2.** $f(1)=0 \Leftrightarrow m=-2$.

**3.** $\begin{cases} y=x+8 \\ x+8=-x^2+x+8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=x+8 \\ x^2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=8 \end{cases}$.

**4.** $\frac{5^x}{5}+5^x+5^x\cdot 5=155 \Leftrightarrow 5^x\cdot\frac{31}{5}=155 \Leftrightarrow 5^x=5^2 \Leftrightarrow x=2$.

**5.** $\sqrt{3}\cdot\sin 120^\circ-3\cdot\cos 120^\circ+2\cdot\sin 30^\circ-\sqrt{2}\cdot\cos 45^\circ=\sqrt{3}\cdot\sin 60^\circ+3\cdot\cos 60^\circ+2\cdot\sin 30^\circ-\sqrt{2}\cdot\cos 45^\circ=$
$=\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+3\cdot\frac{1}{2}+2\cdot\frac{1}{2}-\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=3$.

**6.** $\vec{v}=\alpha\cdot\vec{a}+\beta\cdot\vec{b} \Leftrightarrow -3\cdot\vec{i}+\vec{j}=\alpha\cdot\left(-2\cdot\vec{i}\right)+\beta\cdot\left(\vec{i}+4\cdot\vec{j}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha=\frac{13}{8} \\ \beta=\frac{1}{4} \end{cases}$. $\vec{v}=\frac{13}{8}\cdot\vec{a}+\frac{1}{4}\cdot\vec{b}$.

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $f(1)=3 \Leftrightarrow 2+m=3 \Leftrightarrow m=1$.

**2.** $AC=24$ din teorema lui Pitagora; $A(\triangle ABC)=84$.

**3.** $d(M,h)=\dfrac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\dfrac{7}{\sqrt{5}}$.

**4.** $3-2x>0 \Leftrightarrow x\in\left(-\infty,\dfrac{3}{2}\right)$; $\log_{\frac{1}{5}}(3-2x)=-2 \Leftrightarrow 3-2x=\left(\dfrac{1}{5}\right)^{-2} \Leftrightarrow x=-11$.

**5.** $x-\dfrac{25}{100}\cdot x-200=\dfrac{55}{100}\cdot x \Leftrightarrow x=1000$.

**6.** $x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}=1$; $x_1x_2=\dfrac{c}{a}=-3$. $E=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2-3(x_1+x_2)+5=9$.

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

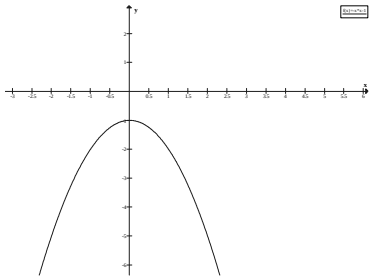
**Rezolvare**

**1.** $AB=\sqrt{\left(x_B-x_A\right)^2+\left(y_B-y_A\right)^2}=\sqrt{61}$.

**2.** Soluțiile ecuației sunt 2 și 4.Avem 2 cazuri favorabile din 6 posibile $p=\frac{1}{3}$.

**3.**

| $x$ | $-\infty$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $-5$ | $-2$ | $-1$ | $-2$ | $-5$ | |



**4.** $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f\left(x\right)=3x-6$; $a=3>0\Rightarrow$ f este strict crescătoare pe $\mathbb{R}$. $f\left(2\right)=0$.

**5.** $\frac{1}{a}\cdot\cos A+\frac{1}{b}\cdot\cos B-\frac{1}{c}\cdot\cos C=\frac{1}{a}\cdot\frac{b^2+c^2-a^2}{2\cdot b\cdot c}+\frac{1}{b}\cdot\frac{a^2+c^2-b^2}{2\cdot a\cdot c}-\frac{1}{c}\cdot\frac{a^2+b^2-c^2}{2\cdot a\cdot b}=$

$=\frac{2\cdot c^2-a^2-b^2+c^2}{2\cdot a\cdot b\cdot c}=\frac{3\cdot c^2-a^2-b^2}{2\cdot a\cdot b\cdot c}=\frac{1}{504}$

**6.** $3^x\cdot\left(1+3+9+27\right)=\frac{40}{9}\Leftrightarrow 3^x=3^{-2}\Leftrightarrow x=-2$.

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $\Delta = 121 \Rightarrow x_1 = -\frac{5}{3}, x_2 = 2$.

**2.**

| $x$ | $-\infty$ $\quad -2 \quad$ $+\infty$ |
|---|---|
| $f(x)$ | ++++++++++ 0 ---------- |

**3.** Se știe că $a^{\log_a x} = x, \forall a > 0, a \neq 1, \forall x > o$. Se obține $8 - 7^{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \log_7 8} = 8 - 8 = 0$.

**4.** $5 \cdot x - 2 = 2^3 \Leftrightarrow 5 \cdot x = 10 \Leftrightarrow x = 2$.

**5.** Ecuația dreptei $BC: \frac{y - y_C}{y_B - y_C} = \frac{x - x_C}{x_B - x_C} \Leftrightarrow 4x + y + 3 = 0$; $d(A; BC) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{27}{\sqrt{17}}$.

$BC = \sqrt{68} = 2\sqrt{17}$. $A(\triangle ABC) = \frac{BC \cdot d(A; BC)}{2} = 27$.

**6.** $b \cdot \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} + c \cdot \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = a \cdot \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \Leftrightarrow b^2 \cdot \left(a^2 + c^2 - b^2\right) + c^2 \cdot \left(a^2 + b^2 - c^2\right) =$

$= a^2 \cdot \left(b^2 + c^2 - a^2\right) \Leftrightarrow a^4 = \left(b^2 - c^2\right)^2 \Rightarrow a^2 = \pm\left(b^2 - c^2\right)$.

I. $a^2 + c^2 = b^2 \Rightarrow$ triunghi dreptunghic în $B$

II. $a^2 + b^2 = c^2 \Rightarrow$ triunghi dreptunghic în $C$.

Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $\lg 10^2 - 4 \cdot \lg 10^{\frac{1}{2}} + \lg 10^{-3} = 2 - 2 - 3 = -3$.

**2.** $\cos B = \dfrac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \dfrac{17}{32}$, unde $a$, $b$, $c$ sunt notațiile uzuale în triunghi; $\cos C = \dfrac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \dfrac{1}{4}$;

$\cos B - \cos C = \dfrac{9}{32}$.

**3.** $f(0) = 2 \Rightarrow A(0,2)$; $f\left(\dfrac{1}{2}\right) = 0 \Rightarrow B\left(\dfrac{1}{2}, 0\right)$.

**4.** $m_d \cdot m_h = -1$, $m_d = 3 \Rightarrow m_h = -\dfrac{1}{3}$; $h: y + 3 = -\dfrac{1}{3} \cdot (x + 2) \Leftrightarrow x + 3y + 11 = 0$.

**5.** $\begin{cases} y = 2x + 1 \\ 2x + 1 = x^2 - 3x + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x + 1 \\ x^2 - 5x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 4 \\ y = 9 \end{cases}$. $S = \{(1,3), (4,9)\}$.

**6.** $9 - x^2 \geq 0$ și $2x + 3 \geq 0 \Rightarrow x \in \left[-\dfrac{3}{2}, 3\right]$; $9 - x^2 = 4x^2 + 12x + 9 \Leftrightarrow x(5x + 12) = 0$

$\Rightarrow x_1 = 0 \in \left[-\dfrac{3}{2}, 3\right]$, $x_2 = -\dfrac{12}{5} \notin \left[-\dfrac{3}{2}, 3\right]$.

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $20+\frac{10}{100}\cdot 20=22$ vișini. $20+22=42$ pomi fructiferi.

**2.** $f(x)=ax+b, a\neq 0$; $\begin{cases} f(2)=1 \\ f(-1)=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\cdot a+b=1 \\ -a+b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\frac{2}{3} \\ b=\frac{7}{3} \end{cases} \Rightarrow f(x)=-\frac{2}{3}\cdot x+\frac{7}{3}$.

**3.** $a=-3<0 \Rightarrow$ funcția admite un maxim. Valoarea maximă este $-\frac{\Delta}{4a}=\frac{13}{12}$.

**4.** $\overrightarrow{FB}+\overrightarrow{FC}=\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{AB}+2\cdot\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{FA}+3\cdot\overrightarrow{AB}$. Obținem $\alpha=3,\ \beta=1$.

**5.** Notăm $3^x=t;\ t>0$ și ecuația devine $t^2+t-2=0 \Rightarrow t_1=-2,\ t_2=1;\ 3^x=-2$ ecuația nu are soluții;
$3^x=1 \Leftrightarrow x=0$.

**6.** În triunghiul $ABD$, cateta opusă unghiului $\hat{B}$ este jumătate din ipotenuză $\Rightarrow m(\hat{B})=30^\circ \Rightarrow$ în triunghiul $ABC$, $m(\hat{C})=60^\circ$. În triunghiul $ABC$, $\cos 30^\circ=\frac{8}{BC} \Leftrightarrow BC=\frac{16}{\sqrt{3}}$. $AC=\frac{BC}{2}=\frac{8}{\sqrt{3}}$. $P=8+8\sqrt{3}$.

Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** Înmulțind a doua ecuație cu 4 și adunându-le obținem $x=1$.Înlocuind, obținem $y=1$.

**2.** Aplicând teorema lui Pitagora obținem $BC=12$. Cum $\frac{AC}{BC}=\frac{1}{2}\Rightarrow m(\hat{B})=30^{\circ}$.

**3.** $a=1>0$ și $\frac{-b}{2a}=0\Rightarrow$ f este strict descrescătoare pe $(-\infty,0]$ și strict crescătoare pe $[0,+\infty)$.

**4.** Notăm $3^x=t,\ t>0$. Ecuația devine $9t^2-6t+1=0\Leftrightarrow(3t-1)^2=0\Leftrightarrow t=3^{-1};\ S=\{-1\}$.

**5.** $x-x\sqrt{2}\geq\sqrt{2}-1\Rightarrow x\left(1-\sqrt{2}\right)\geq\sqrt{2}-1\Rightarrow x\leq-1\Rightarrow x\in(-\infty;-1]$.

**6.** Deoarece $C\in OY\ \Rightarrow\ C(0,y_C)$.

$AC=BC\ \Leftrightarrow\ \sqrt{9+(y_C-1)^2}=\sqrt{25+(y_C+3)^2}\Leftrightarrow 9+{y_C}^2-2\cdot y_C+1=25+{y_C}^2+6\cdot y_C+9\ \Leftrightarrow\ y_C=-3$

Deci $C(0,-3)$.

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $400-\frac{15}{100}\cdot 400=340$ lei costă televizorul în luna decembrie.

**2.** $x_1+x_2=-\frac{b}{a}=\frac{m-3}{-4}$; $x_1x_2=\frac{c}{a}=\frac{6\cdot m-2}{-4}=\frac{1-3\cdot m}{2}$.

**3.** $m_{AC}=\frac{y_C-y_A}{x_C-x_A}=-\frac{5}{3}$. Ecuația dreptei ce trece prin $B$ și este paralelă cu $AC$ este $y=-\frac{5}{3}(x+3)$.

**4.** $2x-4\geq 0\Leftrightarrow x\in[2,+\infty)$. $\sqrt{2x-4}\cdot(1-\sqrt{2x-4})=0$. Obținem $x_1=2$, $x_2=\frac{5}{2}$.

**5.** $\begin{cases} f(2)=3 \\ f(b)=b \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} a=\frac{3}{2} \\ b=0 \end{cases}\Rightarrow f(x)=\frac{3}{2}x$.

**6.** $\sqrt{2}\sin\left(180^\circ-45^\circ\right)-4\cos\left(180^\circ-60^\circ\right)-2\cdot\sqrt{3}\cdot\sin 60^\circ+2\cdot\sin 30^\circ=1$.

# Subiectul I

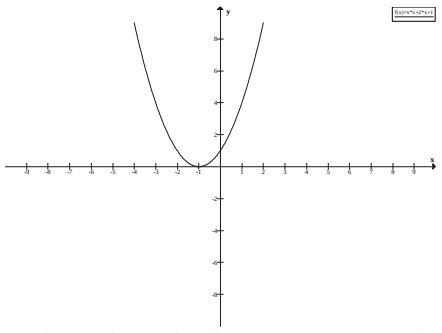
**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $(n-2)\cdot(n-5)\le 0 \Leftrightarrow n\in[2,5]$ . Cum $n\in M \Rightarrow n\in\{2,3,4,5\}$ .Avem 4 cazuri favorabile din 10 posibile $\Rightarrow p=\frac{4}{10}=0,4$ .

**2.**

| $x$ | $-\infty$ | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | 4 | 1 | 0 | 1 | 4 | |



**3.** $\vec{u}=4\cdot\vec{i}+6\cdot\vec{j}$ ; $\vec{u}$ este coliniar cu $\vec{v}$ deoarece $\vec{u}=2\cdot\vec{v}$ .

**4.** $f(3)=-1; f(x)=(\alpha-2)\cdot x+7-\alpha \Leftrightarrow (\alpha-2)\cdot 3+7-\alpha=-1 \Leftrightarrow \alpha=-1$ .

**5.** $\sin^2(180^\circ-60^\circ)+\cos^2(180^\circ-30^\circ)=\sin^2 60^\circ+(-1)^2\cdot\cos^2 30^\circ=\frac{3}{2}$.

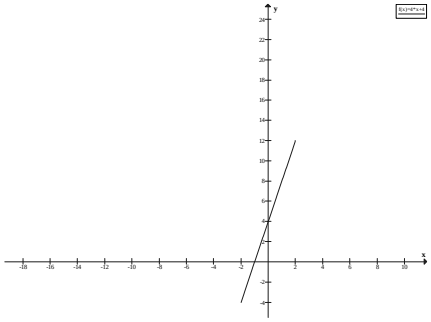
**6.** $x>0$ . Notăm $\log_2 x=t$ și ecuația devine $2t^2-5t+2=0 \Rightarrow t_1=\frac{1}{2},\ t_2=2$ .Rezultă că $x\in\{\sqrt{2},4\}$ .

# Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $f(0)=4;\ f(-1)=0$.



**2.** $f(x)=0 \Leftrightarrow -x^2+5x-4=0 \Rightarrow x_1=1, x_2=4$. $A(1,0), B(4,0)$.

**3.** $m(\hat{B})=m(\hat{C})=45^\circ$, $AC=AB=5\sqrt{2}$; $A(\triangle ABC)=25$.

**4.** $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}=\sqrt{25}=5,\ BC=5,\ CA=\sqrt{20}=2\cdot\sqrt{5} \Rightarrow P=10+2\cdot\sqrt{5}$.

**5.** $x-\sqrt{3}\le x\sqrt{3}-1 \Rightarrow x\left(\sqrt{3}-1\right)\ge -\left(\sqrt{3}-1\right) \Rightarrow x\ge -1 \Rightarrow x\in[-1;\infty)$.

**6.** Ridicăm la puterea a treia și obținem $x^3-2x^2+2x+7=x^3+3x^2+3x+1 \Leftrightarrow 5x^2+x-6=0$.

$\Delta=121 \Rightarrow x_1=-\frac{6}{5},\ x_2=1.$

Subiectul I

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**

**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $AB=\sqrt{\left(x_B-x_A\right)^2+\left(y_B-y_A\right)^2}=5\sqrt{2}$.

**2.** $\log_3 3^3-\log_3 3^{-2}+\log_3 3^{\frac{1}{3}}-\log_3 1=\frac{16}{3}$.

**3.** $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-x$; $a=-1<0\Rightarrow f$ este descrescătoare pe $\mathbb{R}$. $f(-3)=-(-3)-3=0$.

**4.** $\left(\frac{1}{5}\right)^{3x^2+x-13}=\left(\frac{1}{5}\right)^{-3}\Leftrightarrow 3x^2+x-13=-3\Leftrightarrow 3x^2+x-10=0$; $\Delta=121\Rightarrow x_1=-2, x_2=\frac{5}{3}$.

**5.** Ecuația care are ca soluții pe $x$ și $y$ este $t^2-S\cdot t+P=0\Leftrightarrow t^2+3\cdot t-10=0\Rightarrow t_1=-5,\ t_2=2$.

$(-5,2),(2,-5)$ sunt soluțiile sistemului.

**6.** În triunghiul $ABD$ obținem $BD=5$. Cum $\frac{BD}{AB}=\frac{1}{2}\Rightarrow m(\sphericalangle DAB)=30^\circ\Rightarrow m(\hat{B})=60^\circ\Rightarrow m(\hat{C})=30^\circ$.

$AC=2\cdot AD=10\cdot\sqrt{3}$.