

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**Varianta 1**

Prof: Andone Elena.

- ♦ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- ♦ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- ♦ Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$\frac{1}{63} = 0,015873$ Stabilește a 2012-a zecimală ca fiind 1	3p 2p
2.	$f(2) = -3$ $(f \circ f)(2) = f(f(2)) = f(-3)$ $f(-3) = -\frac{11}{2}$	1p 2p 2p
3.	Notăm $3^x = t$ Ecuația devine $5t^2 - 2t - 3 = 0$ cu soluțiile $t_1 = 1, t_2 = -\frac{3}{5}$ $3^x = 1 \rightarrow x = 0, 3^x = -\frac{3}{5}$ nu are soluții în mulțimea numerelor reale	1p 2p 2p
4.	$6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$	2p 3p
5.	$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0 - 4}{-1 - 2} = \frac{4}{3}$	2p 3p
6.	raza cercului circumscris unui triunghi dreptunghic este egală cu jumătate din ipotenuză	2p

	Se calculează ipotenuza cu ajutorul teoremei lui Pitagora $\rightarrow i=10$	1p
	$R=5$	2p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.		2p
a)	$A^2 = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$	2p
	$A^2 - 2A + 5I_2 = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -4 & -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = O_2$	1p
b)	$\det A = 5 \rightarrow A$ este inversabilă	3p
	$A = \frac{1}{\det A} A^*, A^* = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & -\frac{2}{5} \\ \frac{2}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}$	2p
c)	$B = A - I_2 = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$	1p
	Se calculează B^2, B^3 și se observă că $B^{2n} = (-4)^n I_2, B^{2n+1} = (-4)^n B$	2p
	Se demonstrează prin inducție	2p
2.	$x \circ y = xy - x - y + 7 =$	1p
a)	$x(y-1) - (y-1) + 6 = (x-1)(y-1) + 6 \rightarrow$	3p
	$x \circ y = (x-1)(y-1) + 6$	1p
b)	Relația ce trebuie demonstrată reprezintă asociativitatea legii de compoziție	3p
	$x \circ (y \circ z) = (x-1)(y-1)(z-1) + 5x + 1$	
	$(x \circ y) \circ z = (x-1)(y-1)(z-1) + 5z + 1$	
	Egalitatea celor două expresii nu se realizează pentru orice numere reale $x, y, z \rightarrow$ legea nu este asociativă	2p
c)	$x \circ x = 31$	2p

	$x \circ x = (x-1)^2 + 6 \rightarrow (x-1)^2 = 25 \rightarrow$ $x=6$ sau $x=-4$	2p 1p
--	--	--------------

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty \rightarrow$ <i>graficul funcției nu admite asimptotă orizontală la $+\infty$</i> Studiem existența asimptotei oblice $y=mx+n$ și n $m=n=1 \rightarrow$ $y=x+1$ este asimptotă oblică la $+\infty$	2p 2p 1p
b)	$f'(x) = \frac{x^2-2x}{(x-1)^2}$ $f'(x)=0 \rightarrow x=0, x=2$ se realizează tabelul de variație al funcției funcția f este strict crescătoare pe intervalul $(-\infty, 0)$ și pe intervalul $(0, \infty)$; funcția f este strict descrescătoare pe intervalul $(0, 1)$ și pe intervalul $(1, 2)$.	1p 1p 1p 2p
c)	Se calculează derivata a doua $f'' = \frac{2}{(x-1)^3}$ se realizează tabelul de semn al derivatei a doua pe intervalul $(-\infty, 1)$ f'' este negativă deci funcția f va fi concavă	1p 1p 1p 2p
2. a)	$I_s(0)=I_d(0)=f(0)=0 \rightarrow f$ este continuă în punctul $x=0$ Pe mulțimea numerelor reale nenule f este continuă fiind compunere de funcții elementare $\rightarrow f$ continuă pe $\mathbb{R} \rightarrow f$ admite primitive pe $\mathbb{R}$	2p 2p 1p

b)	$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + c_1, & x > 0 \\ e^x - x + c_2, & x \leq 0 \end{cases}$ <p>Din continuitatea funcției F în punctul $x=0 \rightarrow c_1 = 1+c_2$</p> $F(1)=0 \rightarrow \frac{1}{2} \ln 2 + c_1 = 0 \rightarrow c_1 = -\frac{1}{2} \ln 2$ $F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) - \frac{1}{2} \ln 2, & x > 0 \\ e^x - x - \frac{1}{2} \ln 2 - 1, & x \leq 0 \end{cases}$	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>2p</p>
c)	$\int_{-2}^3 f(x) dx = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx =$ $= (e^x - x) \Big _{-2}^0 + \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) \Big _0^3 = 1 - e^{-2} - 2 + \frac{1}{2} \ln 10 =$ $= \frac{1}{2} \ln 10 - e^{-2} - 1$	<p>2p</p> <p>1p</p> <p>2p</p>