

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**Varianta 10**

Prof. Badea Daniela

- ♦ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- ♦ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- ♦ Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$\sqrt{5-2\sqrt{6}} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} = \sqrt{2} - 1$ $N = 0 \in \mathbb{N}$	2p 2p 1p
2.	$\Delta = m^2 - 12$ $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow m^2 - 12 \geq 0 \Leftrightarrow$ $m \in (-\infty, -2\sqrt{3}] \cup [2\sqrt{3}, \infty)$	1p 2p 2p
3.	$2 \cdot 9^x = 3^{x+1} + 5 \cdot 3^x - 6$ $3^x = t \Rightarrow 2t^2 = 3t + 5t - 6 \Leftrightarrow t^2 - 4t + 3 = 0$ $t_1 = 1 \Rightarrow x_1 = 0$ $t_2 = 3 \Rightarrow x_2 = 1$	2p 1p 1p 1p
4.	Nr. cazuri posibile = 12 $C_{11}^0 = C_{11}^{11} = 1$ $C_{11}^k : 11 (\forall) k \in \{1, 2, \dots, 10\}$ Nr. cazuri favorabile = 10 $P = \frac{5}{6}$	1p 1p 1p 1p 1p
5.	$AB = \sqrt{5}, AC = \sqrt{20}, BC = 5$ ΔABC dreptunghic în A (R.T.P) M centrul cercului circumscris $\Rightarrow M$ mijlocul lui (BC) $\Rightarrow M\left(\frac{1}{2}, 0\right)$	2p 1p 1p 1p
6.	$m = 0 \Rightarrow \vec{u}$ și $\vec{v}$ necoliniari $m \neq 0 \Rightarrow \frac{m^2 - 1}{m} = 2$ $\Leftrightarrow m^2 - 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow m_{1,2} = 1 \pm \sqrt{2}$	1p 2p 2p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.	$\det A = 5$	1p
a)	$A^2 = \begin{pmatrix} -1 & 8 \\ -4 & 7 \end{pmatrix}$	2p
	$A^3 = \begin{pmatrix} -9 & 22 \\ -11 & 13 \end{pmatrix}.$	2p
b)	$A^2 = 4A - 5I_2$ se verifică prin calcul direct	2p
	$A^{n+1} = 4A^n - 5A^{n-1}, (\forall) n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ se demonstrează prin inducție matematică	3p
c)	Presupunem că $(\exists) m \in \mathbb{N}^*$ astfel încât $A^m = I_2 \Rightarrow \det A^m = 1 \Leftrightarrow$	2p
	$\Leftrightarrow (\det A)^m = 1 \Leftrightarrow 5^m = 1$ fals	3p
2.	$f = g \cdot h + r$	1p
a)	$h = X^4 - X^3 + X$	2p
	$r = -X^3 + 1$	2p
b)	Relațiile lui Viète $\begin{cases} s = x_1 + x_2 = -1 \\ p = x_1 \cdot x_2 = 1 \end{cases}$	1p
	$x_1^2 + x_2^2 = s^2 - 2p = -1$	1p
	x_1 și x_2 rădăcinile lui $g \Rightarrow \begin{cases} x_1^2 + x_1 + 1 = 0 / \cdot x_1 \\ x_2^2 + x_2 + 1 = 0 / \cdot x_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1^3 = -x_1^2 - x_1 \\ x_2^3 = -x_2^2 - x_2 \end{cases}$	2p
	$\Rightarrow x_1^3 + x_2^3 = 1 + 1 = 2$	1p
c)	$f(x_1^2) + f(x_2^2) = (x_1^{16} + x_1^8 + 1) + (x_2^{16} + x_2^8 + 1) =$	2p
	$= (x_1 + x_2) + (x_1^2 + x_2^2) + 2 =$	2p
	$= -1 - 1 + 2 = 0 \in \mathbb{N}$	1p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1.	$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$	2p
a)	$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}}{\sqrt{3+x}+2} = \frac{1}{4}$	3p
b)	$f^2(x) = -2f'(x) \cdot \sqrt{3+x} \Leftrightarrow -\frac{f'(x)}{f^2(x)} = \frac{1}{2\sqrt{3+x}} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{f(x)}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{3+x}}$	1p
	$\frac{1}{f(x)} = \sqrt{3+x} + 2 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{f(x)}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{3+x}} \Rightarrow$ relația adevărată	1p
		2p

	$f'(x) = -\frac{f^2(x)}{2\sqrt{3+x}} < 0 \quad (\forall) x \in (-3,1) \cup (1,\infty), f_s(1) = f_d(1) = \frac{1}{4}$ $\Rightarrow f \text{ strict descrescătoare pe } D$	1p
c)	<p>Ecuția tangentei la grafic într-un punct</p> $f(-2) = \frac{1}{3}, f'(-2) = -\frac{f^2(-2)}{2} = -\frac{1}{18}$ $\Rightarrow y - f(-2) = f'(-2)(x+2) \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow x + 18y - 4 = 0$	1p 2p 1p 1p
2. a)	<p>F derivabilă pe $\mathbb{R}$ (1)</p> $F'(x) = (e^{\cos x} + \sin x - x + 1)' = -\sin x \cdot e^{\cos x} + \cos x - 1 = f(x) \quad (\forall) x \in \mathbb{R} \quad (2)$ <p>(1) și (2) $\Rightarrow F$ primitivă pentru f</p>	1p 2p 2p
b)	$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = F(x) \Big _0^{\frac{\pi}{2}} =$ $= (e^{\cos x} + \sin x - x) \Big _0^{\frac{\pi}{2}} =$ $= 2 - e - \frac{\pi}{2}$	2p 1p 2p
c)	$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{f(x) - \cos x + 1}{(\sin^2 x - 1)e^{\cos x}} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx =$ $= \frac{1}{\cos x} \Big _0^{\frac{\pi}{4}} =$ $= \sqrt{2} - 1$	2p 2p 1p