

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**Varianta 14**

Prof: Badea Ion

- ♦ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- ♦ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- ♦ Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ progresie aritmetică, $a_1 = 2, r = 3$ $S_n = 155 \Leftrightarrow 3n^2 + n - 310 = 0, n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow n = 10$ $x = a_{10} = 29.$	1p 3p 1p
2.	$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 \cdot x_2 = m \Rightarrow \\ x_1 - x_2 = 1 \end{cases}$ $\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 = 1 - 2m \\ x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 \cdot x_2 = 1 \end{cases}$ $1 - 2m - 2m = 1 \Leftrightarrow m = 0$	2p 2p 1p
3.	$\begin{cases} x - 1 \geq 0 \\ 5 - 2x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x \in \left[1, \frac{5}{2}\right]$ Prin ridicare la pătrat se obține $4x^2 - 21x + 26 = 0$ $x_1 = 2 \in \left[1, \frac{5}{2}\right]$ $x_2 = \frac{13}{4} \notin \left[1, \frac{5}{2}\right]$ $\Rightarrow S = \{2\}$	1p 1p 1p 1p 1p
4.	$A_{10}^2 = 10 \cdot 9 = 90$ $C_{10}^2 = 5 \cdot 9 = 45$ $3P_3 = 3 \cdot 6 = 18$ $N = 9 \cdot 17 : 17$	1p 1p 1p 2p

5.	$\Delta \begin{vmatrix} x & 1 & 1 \\ 2x & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -3x$ $\frac{ \Delta }{2} = 3 \Rightarrow x = 2$ $x_{1,2} = \pm 2$	2p
6.	$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BN} =$ $= \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} =$ $= \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}(-\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) =$ $= -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}.$	1p
		2p
		1p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.	Demonstrarea relației	5p
a)		
b)	$A^n(a, b) = A(a^n, na^{n-1}b), (\forall) n \in \mathbb{N}^*$ <p>Demonstrarea prin inducție sau cu metoda binomială</p>	3p
c)	$a^{2012} = 1 \Rightarrow a = \pm 1$ $2012a^{2011}b = 2012$ $a = 1 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow A(1, 1)$ $a = -1 \Rightarrow b = -1 \Rightarrow A(-1, -1)$	2p
		1p
		1p
		1p
2.	$\begin{cases} f(1) = 0 \\ f(-1) = -4 \end{cases} \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow \begin{cases} a+b=0 \\ a-b=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=1 \end{cases}$	2p
a)		3p
b)	<p>Relațiile lui Viette</p> $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} = \frac{s_2}{s_3} = 1$ $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = a^2 - 2$ $a^2 - 2 = 1 \Leftrightarrow a_{1,2} = \pm\sqrt{3}$	2p
		1p
		1p
		1p
c)	$\Delta = s_1 \left[s_2 - (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) \right] =$ $= 1(1+1) = 2$	3p
		2p

1.	<p>a) $f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 2; & x \in (-\infty, -1] \cup [2, \infty) \\ -x^2 + x + 2; & x \in (-1, 2) \end{cases}$</p> <p>$f$ derivabilă pe $\mathbb{R} \setminus \{-1, 2\}$ (funcții elementare) și</p> <p>$f'(x) = \begin{cases} 2x - 1; & x \in (-\infty, -1) \cup (2, \infty) \\ -2x + 1; & x \in (-1, 2) \end{cases}$</p> <p>$f'_s(-1) = -3, f'_d(-1) = 3 \Rightarrow f$ nu e derivabilă în -1</p> <p>analog f nu e derivabilă în 2</p> <p>$\Rightarrow D' = \mathbb{R} \setminus \{-1, 2\}$</p>	1p	1p	1p	1p																										
b)	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>∞</td> <td>0</td> <td>$\frac{9}{4}$</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table> <p>Concluzia conform tabelului</p>	x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{2}$	2	$+\infty$	$f'(x)$	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	$f(x)$	∞	0	$\frac{9}{4}$	0	$+\infty$	3p	2p
x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{2}$	2	$+\infty$																										
$f'(x)$	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+																
$f(x)$	∞	0	$\frac{9}{4}$	0	$+\infty$																										
c)	<p>$\lim_{x \rightarrow \infty} h(x) = \infty \Rightarrow h$ nu are asimptotă orizontală</p> <p>$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{h(x)}{x} = 1$</p> <p>$n = \lim_{x \rightarrow \infty} (h(x) - x) = -\frac{1}{2}$</p> <p>$d: y = x - \frac{1}{2}$ asimptotă oblică spre ∞</p>	1p	1p	2p	1p																										
2.	<p>f continuă pe $(0, e) \cup (e, \infty)$ - funcții elementare</p> <p>a) $f_s(e) = f(e) = f_d(e) = 1 \Rightarrow f$ continuă în e</p> <p>$\Rightarrow f$ continuă pe $(0, \infty) \Rightarrow f$ admite primitive pe $(0, \infty)$</p>	2p	1p	2p																											
b)	<p>$h(x) \leq 0 (\forall) x \in [e^{-1}, 1]$</p> <p>$A = -\int_{\frac{1}{e}}^1 x \ln x dx$</p> <p>Integrând prin părți $\Rightarrow A = \left(\frac{x^2}{4} - \frac{x^2}{2} \ln x \right) \Big _{\frac{1}{e}}^1 =$</p> <p>$= \frac{e^2 - 3}{4e^2}$</p>	1p	1p	2p	1p																										

c)	$\ln x \leq x - 1 \quad (\forall) x \in [1, 2]$	1p
	și $\ln x > 0, x - 1 > 0 \quad (\forall) x \in [1, 2]$	1p
	$\Rightarrow \ln^{2012} x \leq (x - 1)^{2012} \quad (\forall) x \in [1, 2]$	1p
	prin integrare pe $[1, 2] \Rightarrow$	1p
	$\Rightarrow \int_1^2 f^{2012}(x) dx \leq \frac{1}{2013}$	1p