

1.	$\left \frac{x+3}{2} \right \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq \frac{x+3}{2} \leq 1$ $\left. \begin{array}{l} -5 \leq x \leq -1 \\ x \in \mathbb{Z} \end{array} \right\} \Rightarrow x \in \{-5, -4, -3, -2, -1\}$	3p 2p
2.	$A \in G_f \Rightarrow f(0) = 0 \Rightarrow c = 0$ $V \in G_f \Rightarrow \begin{cases} \frac{-b}{2a} = 2 \\ \frac{-\Delta}{4a} = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \end{cases}$ <p>Finalizare $f(x) = x^2 - 4x$</p>	1p 3p 1p
3.	<p>Condiții $\begin{cases} 2x+5 \geq 0 \\ x+3 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x \in \left[\frac{-5}{2}, +\infty \right)$</p> $2x+5 = (x+3)^2 \Rightarrow x^2 + 4x + 4 = 0$ $x = -2 \in \left[\frac{-5}{2}, +\infty \right)$	1p 2p 2p
4.	$C_4^2 = \frac{4!}{2!(4-2)!} = 6$ $A_5^2 = \frac{5!}{(5-2)!} = 20$	2p 2p

	Finalizare $3 \cdot 6 + 5 \cdot 20 = 118$	1p
5.	$\vec{v}_1$ și $\vec{v}_2$ sunt coliniari $\Leftrightarrow \frac{3}{a-1} = \frac{a}{2}$ $a^2 - a - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 3 \\ a_2 = -2 \end{cases}; a > 0 \Rightarrow a = 3$	2p 3p
6.	$\cos B = \frac{BC^2 + BA^2 - AC^2}{2 \cdot BC \cdot BA}$ $\cos B = \frac{9}{16}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$A - 2I_3 = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & -4 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ $\det(A - 2I_3) = -12$	2p 3p
b)	$\det(A) = -2$ $\det(A) = -2 \neq 0 \Rightarrow \text{rang}(A) = 3$	3p 2p
c)	Din b). $\det(A) = -2 \neq 0 \Rightarrow \exists A^{-1}$ inversa matricei A $A^{-1} \cdot A \cdot X = A^{-1} \cdot I_3 \Rightarrow X = A^{-1},$ $A^{-1} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 13 & 7 & -11 \\ -9 & -5 & 7 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ Soluția ecuației este inversa matricei A	2p 1p 1p 1p
2. a)	$e = 6$ elementul neutru al legii de compoziție dacă $x * 6 = 6 * x = x, \forall x \in \mathbb{R}$ $x * 6 = x + 6 - 6 = x, \forall x \in \mathbb{R}$	3p 1p

	$6 * x = 6 + x - 6 = x \quad \forall x \in \mathbb{R}$	1p
b)	$(x^2 + 3x - 1) * (2x^2 - x + 6) \geq 0 \Rightarrow 3x^2 + 2x - 1 \geq 0$ $3x^2 + 2x - 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 16 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1}{3} \\ x_2 = -1 \end{cases}$ <p>Folosind semnul funcției de gradul doi, soluția inecuației este $x \in (-\infty, -1] \cup \left[\frac{1}{3}, \infty\right)$</p>	2p 2p 1p
c)	$\frac{1}{2} * \frac{1}{2^2} * \dots * \frac{1}{2^7} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^7} - 6 \cdot 6$ <p>Formula $S_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, q \neq 1$ a progresiei geometrice de rație $q = \frac{1}{2}$</p> <p>Calcule care vor conduce la $\frac{\frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{2} \right)^7 - 1 \right]}{-\frac{1}{2}} - 36 = -\frac{1}{2^7} - 35 = -\left(\frac{1}{2^7} + 35 \right) < 0$</p>	2p 1p 2p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	<p>Condiția ca o funcție să fie continuă într-un punct x_0</p> $\lim_{x \nearrow 0} f(x) = \frac{2}{3}; \lim_{x \searrow 0} f(x) = \frac{2}{3}$ $f(0) = \frac{2}{3} \Rightarrow f \text{ continuă în } x_0 = 0$	2p 2p 1p
b)	$f'(x) = \begin{cases} \frac{-1}{(x-3)^2}, & x < 0 \\ \frac{1}{(x+3)^2}, & x > 0 \end{cases}$ <p>f descrescătoare pe intervalul $(-\infty, 0)$ și crescătoare pe intervalul $(0, +\infty)$</p>	3p 2p

c)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1; \quad f(0) = \frac{2}{3}$ <p>Din tabelul de variație al funcției: $f(x) \in \left[\frac{2}{3}, 1\right), \forall x \in \mathbb{R}$</p>	2p
2.	$n=1 \Rightarrow f_1(x) = 4x^2 + 8x + 16$	1p
a)	$\int f_1(x) dx = \int (4x^2 + 8x + 16) dx = 4 \frac{x^3}{3} + 4x^2 + 16x + c$	4p
b)	$A = \int_0^1 f_1(x) dx = \int_0^1 (4x^2 + 8x + 16) dx$ $A = \left(\frac{4x^3}{3} + 4x^2 + 16x \right) \Big _0^1 = \frac{64}{3}$	2p 3p
c)	$\int_1^2 \frac{f_2(x) - 16}{x} \cdot e^x dx = \int_1^2 \frac{16x^2 + 16x}{x} \cdot e^x dx$ $16 \int_1^2 (x+1) e^x dx = 16 \left[(x+1)e^x \Big _1^2 - \int_1^2 e^x dx \right] = 16e(2e-1)$	2p 3p