BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 17

Prof: Brabeceanu Silvia

♦ Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.

♦ Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.

♦ Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$a_4=54$, $q=3$ şi $a_1=2$ $S_6=\dfrac{a_1\left(q^6-1\right)}{q-1}=728$	3p 2p
2.	Ecuaţia $mx^2-(m+1)x+m=0$ are soluţii reale egale $\Leftrightarrow \Delta=0$. $b^2-4ac=0\Rightarrow (m+1)^2-4\cdot m\cdot m=0$ $-3m^2+2m+1=0\Rightarrow \begin{cases} m_1=1 \\ m_2=\dfrac{-1}{3}\end{cases}$	1p 1p 3p
3.	Condiţii $\begin{cases} x+3>0, x\in(-3,+\infty) \\ 2x-1>0, x\in\left(\dfrac{1}{2},+\infty\right)\end{cases}\Rightarrow x\in\left(\dfrac{1}{2},+\infty\right)$ $\log_2(x+3)+\log_2(2x-1)=2\Rightarrow (x+3)(2x-1)=4$ $2x^2+5x-7=0\Rightarrow \begin{cases} \cancel{x_1=\dfrac{-7}{2}} \\ x_2=1\end{cases}$	2p 1p 2p
4.	Numerele naturale $\overline{abc}$ scrise cu cifrele 1 şi 2, corespund funcţiilor $f:\{a,b,c\}\to\{1,2\}$ care sunt în total $2^3=8$, deci sunt 8 numere: $111,\ 112,\ 121,\ 122,\ 211,\ 212,\ 221,\ 222$.	3p

www.mateinfo.ro

	Favorabile cerinţei de a fi divizibile cu 4 sunt doar două dintre ele: 112 şi 212. Probabilitatea cerută este $p=\frac{2}{8}=0,25$	1p 1p
5.	CM - mediatoarea segmentului $AB \Rightarrow C$ mijlocul segmentului şi $CM \perp AB$. $\left.\begin{array}{l} x_C=\frac{x_A+x_B}{2}=\frac{1}{2} \\ y_C=\frac{y_A+y_B}{2}=\frac{1}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow C\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$ $CM \perp AB \Rightarrow m_{CM}\cdot m_{AB}=-1 \Rightarrow m_{CM}=\frac{1}{3}$ $CM: y-y_C=m_{CM}\left(x-x_C\right) \Rightarrow CM: x-3y+1=0$	1p 1p 1p 2p
6.	Se utilizează formula lui Heron: $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ unde $p=\frac{a+b+c}{2}$ este semiperimetrul triunghiului. $p=\frac{6+7+11}{2}=12$ $S=\sqrt{12(12-7)(12-11)(12-6)}=6\sqrt{10}$	2p 1p 2p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$A^2=\begin{pmatrix} 4 & -4 \\ -12 & 12 \end{pmatrix}$ şi $2A=\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -6 & 6 \end{pmatrix}$ $A^2-2A=2\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$ $2\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}=2A$	2p 2p 1p
b)	Din a). $\Rightarrow A^2=4A$ $X(a)\cdot X(b)=(I_2+aA)\cdot(I_2+bA)=I_2+aA+bA+abA^2$ $X(a)\cdot X(b)=I_2+aA+bA+ab(4A)=I_2+(a+b+4ab)A=X(a+b+4ab)$	1p 2p 2p

www.mateinfo.ro

c)	$X(a)$ este inversabilă $\Leftrightarrow \det(X(a)) \neq 0$	2p
	$X(a) = I_2 + aA = \begin{pmatrix} 1+a & -a \\ -3a & 1+3a \end{pmatrix}$	1p
	$\det(X(a)) = \begin{vmatrix} 1+a & -a \\ -3a & 1+3a \end{vmatrix} = 1+4a$	1p
	$\forall a \in \mathbb{Z},\ 1+4a \neq 0 \Rightarrow X(a)$ inversabilă	1p
2.	$m = 3 \Rightarrow f = X^3 + X^2 - 15X + 4$	1p
a)	Împărţirea obişnuită sau schema lui Horner	3p
	$q = X^2 + 3X - 9,\ r = -14$	1p
b)	Efectuarea împărţirii	2p
	f divizibil cu $X+4 \Leftrightarrow r = 0$	1p
	$r = 0 \Rightarrow 17m - 35 = 0 \Rightarrow m = \frac{35}{17}$	2p
c)	Relaţiile lui Viete $\begin{cases} S_1 = 1 \\ S_2 = -15 \\ S_3 = -2 \end{cases}$	1p
	$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = S_1^2 - 2S_2 = 31$	2p
	$x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 - (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) - 15(x_1 + x_2 + x_3) + 6 = 0,$ $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) + 15(x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3) - 6 = 40$	2p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1.	$f'(x) = (2^x - x\ln 2)'$	2p
a)	$f'(x) = (2^x - 1)\ln 2$	3p

www.mateinfo.ro

b)	$\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}=f'(a)$ $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}=f'(1)=\ln 2$	2p 3p
c)	$f'(x)=0\Rightarrow\left(2^x-1\right)\ln 2=0$ $\ln 2>0$ $2^x-1=0\Rightarrow x=0$	1p 2p 2p
2. a)	$I_0=\int_0^1\sqrt{1-x}dx$. Subst. $\sqrt{1-x}=t\Rightarrow\begin{cases}x=0\Rightarrow t=1\\ x=1\Rightarrow t=0\end{cases}$; $dx=-2\sqrt{1-x}dt\Rightarrow I_0=2\int_0^1 t^2dt=\dfrac{2}{3}$ $I_1=\int_0^1 x\sqrt{1-x}dx=2\int_0^1\left(t^2-t^4\right)dt=\dfrac{4}{15}$	3p 2p
b)	Se aplică metoda integrării prin părţi $I_n=\int_0^1 x^n\sqrt{1-x}dx=\dfrac{2n}{3}\int_0^1 x^{n-1}\sqrt{1-x}dx-\dfrac{2n}{3}\int_0^1 x^n\sqrt{1-x}dx$ $I_n=\dfrac{2n}{3}I_{n-1}-\dfrac{2n}{3}I_n$ $I_n\left(1+\dfrac{2n}{3}\right)=\dfrac{2n}{3}I_{n-1}\Rightarrow I_n=\dfrac{2n}{2n+3}I_{n-1}$	1p 2p 1p 1p
c)	$I_{n+1}=\int_0^1 x^{n+1}\sqrt{1-x}dx$ $\forall x\in[0,1]\Rightarrow x^{n+1}\le x^n$ şi cum $0\le 1-x\le 1\Rightarrow x^{n+1}\sqrt{1-x}\le x^n\sqrt{1-x}$ Deci $\int_0^1 x^{n+1}\sqrt{1-x}dx\le\int_0^1 x^n\sqrt{1-x}dx\Rightarrow I_{n+1}\le I_n\Rightarrow\left(I_n\right)_{n\ge 0}$ descrescător	1p 2p 2p

www.mateinfo.ro