

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**Varianta 2**

Prof: Andone Elena.

- ♦ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- ♦ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- ♦ Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$1 < 2011 < 2012$ $\log_{2012} 1 < \log_{2012} 2011 < \log_{2012} 2012$ $0 < \log_{2012} 2011 < 1$ Partea întreagă va fi 0	3p 2p
2.	Pentru a determina imaginea funcției f , impunem condiția ca ecuația $f(x)=y$ să admită soluții reale. $x^2 - 4x + 5 = y \rightarrow x^2 - 4x + 5 - y = 0$ $\Delta \geq 0 \rightarrow y - 1 \geq 0, \text{Im } f = [1, \infty)$	1p 2p 2p
3.	Scriem relațiile lui Viete $x_1 + x_2 = -3, x_1 x_2 = -8$ $x_1^2 + x_2^2 = 9 + 16 = 25$	1p 2p 2p
4.	$\{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d\}$	2p 3p
5.	$\frac{y - y_B}{y_A - y_B} = \frac{x - x_B}{x_A - x_B} \rightarrow \frac{y - 0}{1 - 0} = \frac{x - 2}{5 - 2} \rightarrow 3y = x - 2$	2p 3p

6.	$\cos(180^\circ - x) = -\cos x = -\frac{2}{3}$	2p
		1p
		2p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 4 & 9 & 1 \\ 8 & 27 & 1 \end{vmatrix} = 0$ <p>Dezvoltând determinantul se obține $9x - 2y - 18 = 0$</p>	2p
		2p
		1p
b)	<p>aria triunghiului $A_2A_4A_6$ este egală cu $\frac{1}{2} \Delta$</p> $\Delta = \begin{vmatrix} 2^2 & 3^2 & 1 \\ 2^4 & 3^4 & 1 \\ 2^6 & 3^6 & 1 \end{vmatrix} = 36 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 9 & 1 \\ 16 & 81 & 1 \end{vmatrix} = 4320$ <p>$A = 2160$</p>	1p
		3p
		1p
c)	<p>Calculăm $\Delta = \begin{vmatrix} 2^n & 3^n & 1 \\ 2^{n+1} & 3^{n+1} & 1 \\ 2^{n+2} & 3^{n+2} & 1 \end{vmatrix} = 2^n \cdot 3^n \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 4 & 9 & 1 \end{vmatrix} = 2^n \cdot 3^n \cdot 2 \neq 0, (\forall) n \in \mathbb{N}$</p> <p>→cele trei puncte nu sunt coliniare</p>	1p
		2p
		2p
2. a)	$x * y = 2xy + 4x + 4y + 3 = 2x(y + 2) + 4(y + 2) - 5 =$ $= 2(x + 2)(y + 2) - 5$	1p
		3p
		1p
b)	<p>Să verificăm dacă există e, număr real astfel încât $x * e = e * x = x$, oricare ar fi x număr real</p> <p>$x * e = 2xe + 4x + 4e + 3$</p> <p>Dacă $x * e = x$, oricare ar fi x număr real $\rightarrow 2xe + 3x + 4e + 3 = 0$, oricare ar fi x număr real</p> <p>$x(2e + 3) + 4e + 3 = 0$, oricare ar fi x număr real $\rightarrow 2e + 3 = 0$ și $4e + 3 = 0$ contradicție</p>	3p
		2p

	→nu există element neutru	
c)	$x * x = 2(x+2)^2 - 5$ $x * x * x = 4(x+2)^3 - 6(x+2) - 5$ Ecuația cerută devine : $4(x+2)^3 - 6(x+2) - 5 = -7 \rightarrow 4(x+2)^3 - 6(x+2) + 2 = 0 \rightarrow$ $2(x+2)^3 - 3(x+2) + 1 = 0$ Notăm $x+2=t$, ecuația $2t^3 - 3t + 1 = 0$ are soluțiile $t=1 \rightarrow x = -1$, $t = \frac{-1-\sqrt{3}}{2} \rightarrow x = \frac{-5-\sqrt{3}}{2}$ și $t = \frac{-1+\sqrt{3}}{2} \rightarrow x = \frac{-5+\sqrt{3}}{2}$	2p 2p 1p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (x^2 \ln x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\frac{1}{x^2}} = 0$, se aplică regula lui L'Hospital	2p 2p 1p
b)	Se aplică regula de derivare a unui produs $(\ln x)' = \frac{1}{x}$ $(x^2)' = 2x$ $f'(x) = 2x \ln x + x$	1p 1p 1p 2p
c)	$f'(x) = 2x \ln x + x = x(2 \ln x + 1)$ $f'(x) = 0 \rightarrow x=0$ și $x = e^{-\frac{1}{2}}$ se realizează tabelul de variație al funcției pe intervalul $(0, e^{-\frac{1}{2}})$ f este monoton descrescătoare și pe intervalul $(e^{-\frac{1}{2}}, \infty)$ f este monoton crescătoare	1p 1p 1p 2p

2.		
a)	$\int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 \frac{1}{x+2} dx = \ln(x+2) \Big _0^1 =$ $\ln 3 - \ln 2 = \ln \frac{3}{2}$	2p 2p 1p
b)	$V = \pi \int_0^2 \frac{1}{(x+2)^2} dx = \pi \left(-\frac{1}{x+2} \right) \Big _0^2 = \frac{\pi}{4}$	3p 2p
c)	Fie F o primitivă a funcției f. $F'(x) = f(x) = \frac{1}{x+2} > 0, \text{ oricare } x \geq 0$ $\rightarrow F$ strict crescătoare	2p 1p 2p