

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**Varianta 23**

Prof: Dogaru Ion

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$\Delta = 169$ $x_1 = \frac{1}{7}; x_2 = 2$ $x \in [\frac{1}{7}, 2]$	1p 2p 2p
2.	$N =$ Numărul submulțimilor cu 3 elemente ale mulțimii A care conține elementul 5 este egal cu numărul submulțimilor cu 2 elemente ale mulțimii $A \setminus \{5\};$ $N = C_9^2 = 36$	3p 2p
3.	Nr.caz.fav. = 81; Nr.caz.posib.= 90; $p = \frac{\text{nr.caz.fav.}}{\text{nr.caz.posib.}} = 0,9$	2p 2p 1p
4.	$\begin{cases} x-1 > 0 \\ 6x-5 > 0 \end{cases} \Rightarrow x \in (1, +\infty);$ $6x^2 - 11x - 95 = 0;$ $\Delta = 2401;$ $x_1 = 5 \in (1, +\infty);$ $x_2 = \frac{-19}{6} \notin (1, +\infty)$	1p 1p 1p 1p
5.	$d^2(A, B) = (m+5)^2 + (-m-7)^2 = 100;$ $m^2 + 12m - 13 = 0; \Delta = 196;$ $m_1 = -13; m_2 = 1$	2p 2p 1p
6.	$\vec{u} + \vec{v} = 6\vec{i} - 3\vec{j};$ $ \vec{u} + \vec{v} = 3\sqrt{5}$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.	$\text{rang} A \geq 2 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R} \setminus \{1\};$	1p
a)	$\text{rang} A \geq 2 \Leftrightarrow \det A \neq 0;$ $\text{rang} A = 2 \Leftrightarrow x = -2$	2p 2p
b)	Pentru $x = -2 \Rightarrow A^* = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix};$ $\det A^* = 0$	3p 2p
c)	$Y \in M_{1,3}(\mathbb{R}) \Leftrightarrow Y = \begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix}; x, y, z \in \mathbb{R};$ $x = -1$ și $YA = B \Rightarrow x = y = z = 1, Y = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	2p 3p
2.	$f = x^3 - 9x^2 - x + 9 = (x^2 - 1)(x - 9);$	3p

a)	$q = x - 9; r = 0$	2p
b)	x_1, x_2, x_3 rădăcini $\Rightarrow f(x_1) = f(x_2) = f(x_3) = 0$ și $x_1 + x_2 + x_3 = 9$; $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 9(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) + (x_1 + x_2 + x_3) - 27 = 9(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) - 18$	2p 3p
c)	$f(3^x) = 0 \Rightarrow (3^x - 1)(3^x + 1)(3^x - 9) = 0$; $3^x - 1 = 0 \Rightarrow x = 0$; $3^x + 1 = 0 \Rightarrow$ ecuație imposibilă; $3^x - 9 = 0 \Rightarrow x = 2$	2p 1p 1p 1p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \sqrt[3]{x^3 + 3x - 4} = \pm\infty \Rightarrow G_f$ nu are AO $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$; $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - x] = 1$; $y = x + 1$, asimptotă oblică; f continuă pe $\mathbf{R} \Rightarrow G_f$ nu are AV	1p 1p 1p 1p 1p
b)	$x^3 + 3x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = 1, x = -2$; $f'(x) = \frac{x^2 + 2x}{\sqrt[3]{x^3 + 3x^2 - 4}}, \forall x \in \mathbf{R} \setminus \{-2, 1\}$; $f(x) \cdot f'(x) = x^2 + 2x, \forall x \in \mathbf{R} \setminus \{-2, 1\}$	1p 2p 2p
c)	$f(-2) = 0 \Rightarrow f$ nu este derivabilă în $x_0 = -2$; $d_s = \lim_{x \nearrow -2} \frac{\sqrt[3]{x^3 + 3x^2 - 4}}{x + 2} = \lim_{x \nearrow -2} \sqrt[3]{\frac{x-1}{x+2}} = +\infty$; $d_d = \lim_{x \searrow -2} \frac{\sqrt[3]{x^3 + 3x^2 - 4}}{x + 2} = \lim_{x \searrow -2} \sqrt[3]{\frac{x-1}{x+2}} = -\infty$	1p 2p 2p
2. a)	$f'(x) = 3(x^2 - 1); f'(x) = 0 \Rightarrow x = \pm 1$; f este strict cresc. $\Leftrightarrow f'(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty, -1)$, respectiv $(1, +\infty)$; f este strict descresc. $\Leftrightarrow f'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-1, 1)$	1p 2p 2p
b)	$I = \int_2^3 \frac{f(x)}{x-1} dx = \int_2^3 (x^2 + x - 2) dx$; $I = \left. \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x \right _2^3 = \frac{41}{6}$	2p 3p
c)	$\frac{x^2 - 13}{f(x)} = \frac{2}{x-1} - \frac{4}{(x-1)^2} - \frac{1}{x+2}, \forall x \in [-1, 0]$; $I = \int_{-1}^0 \frac{x^2 - 13}{f(x)} dx = 2 \ln x-1 + \frac{4}{x-1} - \ln x+2 \Big _{-1}^0$; $I = -2 - 3 \ln 2$	2p 2p 1p