

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**Varianta 3**

Prof: Andone Elena

- ♦ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- ♦ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- ♦ Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$\log_{\frac{1}{2}} 8 = \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = -3$ $\sqrt[3]{-\frac{27}{64}} = -\sqrt[3]{\left(\frac{3}{4}\right)^3} = -\frac{3}{4}$ $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{8}$ $-3 < -\frac{3}{4} < -\frac{1}{8}$	1p 1p 1p 2p
2.	<p>f este bijectivă deci este inversabilă</p> <p>pentru a determina inversa procedăm astfel: $f(x)=y \rightarrow -2x+3=y$</p> $x = \frac{3-y}{2}$ $f^{-1}(x) = \frac{3-y}{2}$	1p 2p 2p
3.	<p>Impunem condițiile de existență : $x-1>0, x-1 \neq 1, x+2>0 \rightarrow x \in (1, \infty) - \{2\}$</p> $\log_{x-1}(x+2) = 2 \Leftrightarrow \log_{x-1}(x+2) = \log_{x-1}(x-1)^2$ <p>Utilizând injectivitatea funcției logaritm $\rightarrow x+2=(x-1)^2$</p> <p>Soluția convenabilă este $x = \frac{3+\sqrt{13}}{2}$</p>	1p 2p 2p

4.	$A_5^3 + C_4^2 - P_4 = 60 + 6 - 24 = 42$	2p 3p
5.	<p>Fie M mijlocul segmentului AB, $M(0,1)$;</p> $m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0 - 2}{-1 - 1} = 1, \text{ panta mediatoarei va fi } -1$ <p>Ecuția mediatoarei : $y - 1 = -x$</p>	2p 3p
6.	$\sin x = \frac{1}{3} \rightarrow \cos x = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$ $\operatorname{tg} x = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$	2p 1p 2p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$A+B = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ $\det(A+B) = 4$	2p 2p 1p
b)	<p>$\det A = 8 \rightarrow A$ este inversabilă</p> $A^* = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{5}{8} \\ 0 & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$	3p 2p
c)	<p>înmulțim egalitatea $AX=B$, la stânga cu A^{-1}</p> $X = A^{-1}B$ $X = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	1p 2p 2p

2.	$f(2)=0, f(1)=2$	1p
a)	$-2a+b = -5, a-b=1$	3p
	$a=4, b=3$	1p
b)	$\frac{1}{x_1 \cdot x_2} + \frac{1}{x_2 \cdot x_3} + \frac{1}{x_1 \cdot x_3} = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{x_1 x_2 x_3} = -\frac{a}{2}$ Din relațiile lui Viete, $x_3 + x_2 + x_1 = a$ și $x_1 x_2 x_3 = -2$	3p 2p
c)	$f(X) = X^3 - 4X^2 + 3X + 2$ împărțim polinomul f la $x-2$ și obținem câtul $C(X) = X^2 - 2X - 1$ ecuația de gradul al doilea asociată polinomul C are discriminantul pozitiv $\rightarrow$ polinomul f are toate rădăcinile reale.	2p 2p 1p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1.	$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$	2p
a)	$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$	2p
	(se aplică regula lui L'Hospital)	1p
b)	Ecuția tangentei: $y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$ $f(x_0) = 0$ $f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}, f'(x_0) = 1$ $y = x - 1$	1p 1p 1p 2p
c)	$f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2} = 0$ $\ln x - 1 = 0 \rightarrow x = e$ se întocmește tabelul de variație al funcției	1p 1p 1p 2p

	din tabel se observă că punctul de coordonate $(e, \frac{1}{e})$ este punct de maxim	
2. a)	$I = \int f(x)dx = \int x' \sqrt{x^2 + 64} dx = x\sqrt{x^2 + 64} - \int \frac{x^2 + 64 - 64}{\sqrt{x^2 + 64}} dx =$ $= x\sqrt{x^2 + 64} - I + 64 \ln(x + \sqrt{x^2 + 64})$ $2I = x\sqrt{x^2 + 64} + 64 \ln(x + \sqrt{x^2 + 64})$ $I = \frac{1}{2} (x\sqrt{x^2 + 64} + 64 \ln(x + \sqrt{x^2 + 64}))$	2p 2p 1p
b)	<p>Utilizăm metoda schimbării de variabilă:</p> $x^2 + 64 = t$ $2x dx = dt$ $\int x f(x) dx = \int x \sqrt{x^2 + 64} dx = \frac{1}{2} \int \sqrt{t} dt = \frac{1}{3} t \sqrt{t} =$ $\frac{1}{3} (x^2 + 64) \sqrt{x^2 + 64}$	1p 1p 1p 2p
c)	$V = \pi \int_0^1 (x^2 + 64) dx = \pi \left(\frac{x^3}{3} + 64x \right) \Big _0^1 = \frac{193\pi}{3}$	2p 1p 2p