

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**Varianta 30**

Prof: Ionescu Maria.

- ◆ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- ◆ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- ◆ Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$V\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right)$ <p>Vârful parabolei este: $\frac{-b}{2a} = 4, \quad \frac{-\Delta}{4a} = -4$</p> $V(4, -4)$	1p 2p 2p
2.	<p>Din ecuația $x^2 - (m+1)x + 2m = 0$ obținem $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = m+1, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = 2m$</p> <p>Înlocuim în relație și obținem $3[(m+1)^2 - 4m] = 2m - 2 \Leftrightarrow 3m^2 - 8m + 5 = 0$</p> <p>De unde $m_1 = 1, \quad m_2 = \frac{5}{3}$.</p>	2p 2p 1p
3.	<p>Dobânda : $d = 700 \cdot \frac{5,5}{100} = 38,5$ lei</p> <p>Suma finală: $S = 700 + 38,5 = 738,5$ lei</p>	3p 2p
4.	$C_{2012}^{2010} = \frac{2012!}{2010! \cdot 2!} = 2012 \cdot 2011$ $C_{2012}^2 = \frac{2012!}{2! \cdot 2010!} = 2012 \cdot 2011$ $C_{2012}^{2010} - C_{2012}^2 = 0 \text{ (sau folosirea formulei } C_n^k = C_n^{n-k}, n \geq k \text{)}$	2p 2p 1p
5.	<p>Dreptele $d_1 : 2mx + 3y - 7 = 0$ și $d_2 : 3x - 8y + 2 = 0$ sunt perpendiculare $\Leftrightarrow a_1 \cdot a_2 + b_1 \cdot b_2 = 0$</p> $\Leftrightarrow 2m \cdot 3 + 3 \cdot (-8) = 0$ $\Leftrightarrow m = 4$	2p 2p

		1p
6.	$\cos \frac{5\pi}{6} = -\cos \frac{\pi}{6}$ $\cos \frac{5\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$A_1(6, -1), A_3(8, 3)$ Ecuția dreptei este : $\frac{x-x_1}{x_3-x_1} = \frac{y-y_1}{y_3-y_1}$ $\frac{x-6}{2} = \frac{y+1}{4}$ $\Rightarrow 2x - y - 13 = 0$ este ecuația dreptei A_1A_3 .	2p 1p 1p 1p
b)	$A_{\Delta OA_1A_2} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_0 & y_0 & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} \Rightarrow A_{\Delta OA_1A_2} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 6 & -1 & 1 \\ 7 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ $A_{\Delta OA_1A_2} = \frac{1}{2} \cdot 13$	3p 2p
c)	Considerăm punctele $A_n(n+5, 2n-3), A_m(m+5, 2m-3), A_p(p+5, 2p-3), \forall n, m, p \in N^*$ Calculăm $\begin{vmatrix} n+5 & 2n-3 & 1 \\ m+5 & 2m-3 & 1 \\ p+5 & 2p-3 & 1 \end{vmatrix} = 0$ folosind proprietățile determinantilor și se obțin punctele $A_n(n+5, 2n-3)$ coliniare $\forall n \in N^*$	1p 4p
2. a)	Din relațiile lui Viete obținem $x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a} = 3$ și $x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_3 = \frac{c}{a} = -13$ Folosim $(x_1 + x_2 + x_3)^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2(x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_3)$ și obținem $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 9 + 26 = 35$	2p 1p 2p

b)	Se determină rădăcinile : $x_1 = -3, \quad x_2 = 1, \quad x_3 = 5$	3p
	Care verifică relația : $x_2 = \frac{x_1 + x_3}{2} \Leftrightarrow 1 = \frac{-3+5}{2}$	2p
c)	Ecuția $25^x - 3 \cdot 5^x - 13 + 15 \cdot 5^{-x} = 0$ se rezolvă folosind notația $5^x = t, \quad t > 0$.	1p
	Ecuția devine: $t^2 - 3t - 13 + \frac{15}{t} = 0 \Leftrightarrow t^3 - 3t^2 - 13t + 15 = 0$ care are soluțiile determinate anterior.	2p
	Revenind la notație obținem soluția ecuației inițiale: $x \in \{0,1\}$	2p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	$f'(x) = \frac{(x^2 - 4)'(x^2 + 4) - (x^2 - 4)(x^2 + 4)'}{(x^2 + 4)^2}$	2p
	Funcția f este derivabilă pe $\mathbb{R}$ și $f'(x) = \frac{2x(x^2 + 4) - (x^2 - 4)2x}{(x^2 + 4)^2}$	2p
	$f'(x) = \frac{16x}{(x^2 + 4)^2}$	1p
b)	Calculăm $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 4}{x^2 + 4} = 1$	3p
	Rezultă $y=1$ este ecuația asimptotei orizontale la $+\infty$ la graficul funcției f .	2p
c)	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x) - f'(0)}{x} = f''(0)$	1p
	$f''(x) = \left(\frac{16x}{(x^2 + 4)^2} \right)' = \frac{(16x)'(x^2 + 4)^2 - (16x)((x^2 + 4)^2)'}{(x^2 + 4)^4}$	2p
	$f''(0) = \frac{16 \cdot 16 - 0}{4^4} = 1$	2p
2.	f continuă pe $(-\infty, 0)$ fiind funcție elementară	2p
a)	f continuă pe $(0, +\infty)$ fiind compunere de funcții elementare	2p
		1p

	f continuă în $x_0 = 1 \Leftrightarrow l_s = l_D = f(0) \Leftrightarrow 1 = 1 = 1$ adevărat $\Rightarrow f$ continuă pe $R \Rightarrow f$ admite primitive pe R .	
b)	$\int_{-2}^1 f(x) dx = \int_{-2}^0 (x^2 + x + 1) dx + \int_0^1 (e^x + x) dx$ $= \left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x \right) \Big _{-2}^0 + \left(e^x + \frac{x^2}{2} \right) \Big _0^1 = e + \frac{13}{6}$	2p 3p
c)	$\int_1^e f(\ln x) dx = \int_1^e (e^{\ln x} + \ln x) dx = \int_1^e (x + \ln x) dx = \int_1^e x dx + \int_1^e \ln x dx$ $\int_1^e \ln x dx = (x \cdot \ln x - x) \Big _1^e = 1$ $\int_1^e f(\ln x) dx = \frac{e^2}{2} - \frac{1}{2} + 1 = \frac{e^2}{2} + \frac{1}{2}$	2p 2p 1p