

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**Varianta 31**

Prof: Isofache Cătălina Anca, C.N.Al., Cuza Ploiești

- ♦ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- ♦ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- ♦ Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$1+2^2+2^4+2^6+2^8+2^{10}+2^{12}=\frac{(2^2)^7-1}{2^2-1}.$ <p>Deci $S=5461$</p>	3p 2p
2.	$f(x)=0 \Rightarrow x^2+6x-7=0$ cu soluțiile $x_1=1; x_2=-7$. Deci $A(1;0)$ și $B(-7;0)$ $f(0)=-7 \Rightarrow C(0;-7)$	3p 2p
3.	<p>Condiții de existență: $\begin{cases} x+7 > 0 \\ x-2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (2; \infty)$</p> $\lg(x+7)-\lg(x-2)=1 \Leftrightarrow \lg \frac{x+7}{x-2}=1 \Leftrightarrow \frac{x+7}{x-2}=10$ <p>$x=10 \in (2; \infty)$</p>	1p 3p 1p
4.	$P=\frac{\text{nr.cazuri favorabile}}{\text{nr.cazuri posibile}}.$ <p>Nr.cazuri posibile=$2012:2=1006$</p> <p>$2012:6=335$, rest 2. Deci 335 numere divizibile cu 6.</p> <p>c.m.m.m.c.al numerelor 4 si 6=12</p> <p>$2012:12=167$, rest 8.</p> <p>$335-167=168$ numere divizibile cu 6, nedivizibile cu 4.</p> $P=\frac{168}{1006}=\frac{84}{503}$	1p 1p 1p 1p 1p

5.	Din reciproca teoremei lui Pitagora ,rezultă că triunghiul ABC este dreptunghic în A. $\cos B = \frac{AB}{BC}$.Deci $\cos B = \frac{10}{26} = \frac{5}{13}$.	2p 3p
6.	$\sin(360^\circ - x) = -\sin x, \forall x \in \mathbb{R}$ Aplicând proprietatea de mai sus pentru $x=1^\circ; 2^\circ; \dots; 179^\circ; \sin 180^\circ = 0$ și $\sin 360^\circ = 0 \Rightarrow$ $S=0$	2p 2p 1p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ $\det A = 0$	3p 2p
b)	$X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}; XA = \begin{pmatrix} 0 & a \\ 0 & c \end{pmatrix}; AX = \begin{pmatrix} c & d \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Rezultă că $c=0$ și $a=d$. Deci $X = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix}$.	3p 2p
c)	Inmulțim la stânga și la dreapta ecuația $Y^2 = A$ cu Y , obținem $YA = AY$. $Y = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix}, Y^2 = \begin{pmatrix} a^2 & ab \\ 0 & a^2 \end{pmatrix}$. Rezultă $a=0$, deci $Y^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Fals. Ecuația nu are soluții.	1p 2p 2p
2. a)	$x \circ y = 2xy + 2x + 2y + 1 = 2xy + 2x + 2y + 2 - 1 =$ $= 2(xy + x + y + 1) - 1 = 2(x+1)(y+1) - 1$	2p 3p
b)	$(x \circ y) \circ z = 4(x+1)(y+1)(z+1) - 1$ $x \circ (y \circ z) = 4(x+1)(y+1)(z+1) - 1$ $(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z), \forall x, y, z \in \mathbb{R}$.	2p 2p 1p

c)	$x \circ (-1) = -1$ și $(-1) \circ x = -1$; $\forall x \in R$	2p
	$[(-2012) \circ (-2011) \dots] \circ (-1) \circ [0 \circ 1 \circ \dots \circ \dots \circ 2012] = -1 < 0$	3p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	$f'(x)=(x^2-4)'(x^2-1)+(x^2-4)(x^2-1)'$ $f'(x)=2x(2x^2-5)$	3p 2p																	
b)	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)-f(0)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x^2-4)(x^2-1)-4}{x}$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)-f(0)}{x} = \infty.$	2p 3p																	
c)	$f''(x)=12x^2-10.$ $f''(x)=0 \Rightarrow 12x^2-10=0 \Rightarrow x_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{5}{6}}.$ <table border="1"><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$-\sqrt{\frac{5}{6}}$</td><td>$+\sqrt{\frac{5}{6}}$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>f'(x)</td><td>+++++</td><td>0</td><td>-----</td><td>0</td><td>+++++</td></tr><tr><td>f(x)</td><td colspan="5">convexă $f\left(-\sqrt{\frac{5}{6}}\right)$ concavă $f\left(+\sqrt{\frac{5}{6}}\right)$ convexă</td></tr></table> <p>Deci, funcția are 2 puncte de inflexiune.</p>	x	$-\infty$	$-\sqrt{\frac{5}{6}}$	$+\sqrt{\frac{5}{6}}$	$+\infty$	f'(x)	+++++	0	-----	0	+++++	f(x)	convexă $f\left(-\sqrt{\frac{5}{6}}\right)$ concavă $f\left(+\sqrt{\frac{5}{6}}\right)$ convexă					1p 1p 2p 1p
x	$-\infty$	$-\sqrt{\frac{5}{6}}$	$+\sqrt{\frac{5}{6}}$	$+\infty$															
f'(x)	+++++	0	-----	0	+++++														
f(x)	convexă $f\left(-\sqrt{\frac{5}{6}}\right)$ concavă $f\left(+\sqrt{\frac{5}{6}}\right)$ convexă																		
2. a)	$I_0=\left(\frac{1}{4}\ln(4x+3)\right)_0^1 \Rightarrow I_0=\frac{1}{4}\ln\frac{7}{3}.$ $I_1=\frac{1}{4}\int_0^1\left(1-\frac{3}{4x+3}\right)dx \Rightarrow I_1=\left(\frac{1}{4}x\right)_0^1-\left(\frac{3}{16}\ln(4x+3)\right)_0^1 \Rightarrow I_1=\frac{1}{4}-\frac{3}{16}\ln\frac{7}{3}.$	3p 2p																	
b)	$4I_{n+1}+3I_n=4\int_0^1\frac{x^{n+1}}{4x+3}dx+3\int_0^1\frac{x^n}{4x+3}dx=\int_0^1\frac{4x^{n+1}+3x^n}{4x+3}dx=\int_0^1\frac{x^n(4x+3)}{4x+3}dx=\int_0^1x^ndx$	1p 1p																	

	$4I_{n+1} + 3I_n = x^{n+1} \Big _0^1 = \frac{1}{n+1}$	1p 2p
c)	<p>$I_{n+1} - I_n \leq 0 \Rightarrow (I_n)_n$ descrescător.</p> <p>$4I_{n+1} + 3I_n \leq 7I_n \Rightarrow I_n \geq \frac{1}{7(n+1)} ; 4I_{n+1} + 3I_n \geq 7I_{n+1} \Rightarrow I_{n+1} \geq \frac{1}{7(n+1)} .$</p> <p>Deci $\frac{1}{7n} \leq I_n \leq \frac{1}{7(n+1)} \cdot n .$</p> <p>Rezultă $7 \leq I_n \leq \frac{7n}{n+1} .$ Obținem $\lim_{n \rightarrow \infty} nI_n = \frac{1}{7} .$</p>	1p 2p 1p 1p