

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**Varianta 35**

Prof: LEFTERIU IOANA.

- ♦ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- ♦ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- ♦ Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$(2 + \sqrt{3})^2 = 7 + 4\sqrt{3}$ $(1 - 2\sqrt{3})^2 = 13 - 4\sqrt{3}$ $(2 + \sqrt{3})^2 + (1 - 2\sqrt{3})^2 = 20, 20 \in \mathbb{N}$	3p 2p
2.	$a = \frac{8+2}{2} = 5$ (orice termen al unei progresii aritmetice, începând cu al doilea, este media aritmetică a termenilor vecini) $r = 5 - 2 = 3, b = 8 + 3 = 11$ $b - a = 11 - 5 = 6$	2p 2p 1p
3.	$\Rightarrow 2^{x+3} = 2^{2x-1}$ Din injectivitatea funcției exponențiale $\Rightarrow x + 3 = 2x - 1$ $\Rightarrow x = 4$	2p 2p 1p
4.	$\log_3^1 = 0; \log_3^3 = 1; \log_3^9 = 2$ $p = \frac{\text{numărul cazurilor favorabile}}{\text{numărul cazurilor pozibile}}; p = \frac{3}{5}$	3p 2p
5.	$x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = 4; y_M = \frac{y_B + y_C}{2} = 1 \Rightarrow M(4, 1)$ AM: $\frac{x - x_A}{x_M - x_A} = \frac{y - y_A}{y_M - y_A} \Rightarrow y - 1 = 0 \Rightarrow y = 1$	3p 2p

6.	$\sin 110^\circ = \sin(180^\circ - 70^\circ) = \sin 70^\circ;$	2p
	$\cos 110^\circ = \cos(180^\circ - 70^\circ) = -\cos 70^\circ$	2p
	$\sin 110^\circ + \cos 110^\circ - x = \sin 70^\circ - \cos 70^\circ - x = x - x = 0$	1p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$C = A \cdot B^t = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot (1 \quad -2 \quad 3) = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 \\ 3 & -6 & 9 \\ 4 & -8 & 12 \end{pmatrix}$	2p 2p 1p
b)	Coloanele a doua și a treia sunt proporționale cu prima. $\det C = \begin{vmatrix} 2 & -4 & 6 \\ 3 & -6 & 9 \\ 4 & -8 & 12 \end{vmatrix} = 0$	3p 2p
c)	$D(x) = xC + I_3 = \begin{pmatrix} 1+2x & -4x & 6x \\ 3x & 1-6x & 8x \\ 4x & -8x & 1+12x \end{pmatrix}; D(0) = I_3.$ Matricea $D(x)$ este inversabilă, dacă $\exists x' \in \mathbb{R}$, astfel încât $D(x) \cdot D(x') = I_3 = D(0) \Rightarrow D(8x \cdot x' + x + x') = D(0)$ $8x \cdot x' + x + x' = 0; x' = \frac{-x}{8x+1}; x \neq -\frac{1}{8} \Rightarrow x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{1}{8} \right\}$	1p 2p 2p
2. a)	$x * y = xy - 7x - 7y + 49 + 7$ $= (x-7)(y-7) + 7$	3p 2p
b)	$x * x = (x-7)^2 + 7$; din asociativitate: $x * x * x = (x-7)^3 + 7$ Din $x * x * x = x \Rightarrow (x-7)^3 + 7 = x; (x-7)(x-6)(x-8) = 0; x_1 = 6; x_2 = 7; x_3 = 8$	2p 3p

c)	$x * a = (x - 7)(a - 7) + 7 = (a - 7)(x - 7) + 7 = a * x; \forall x \in \mathbb{Z}$	2p
	$x * a = a \Rightarrow (a - 7)(x - 8) = 0, \forall x \in \mathbb{Z} \Rightarrow a = 7 \Rightarrow x * 7 = 7 * x = 7$	2p
	Din asociativitate: $E = ((-10) * (-9) * \dots * 6) * 7 * (8 * \dots * 10) = 7$	1p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + a}{x^2 + 4} = 0;$ $y = 0$ este ecuația asimptotei orizontale la $+\infty$	3p 2p
b)	$a=1; f(x) = \frac{2x+1}{x^2+4};$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} = f'(0) = \frac{1}{2}$ $f'(x) = \frac{-2x^2 - 2x + 8}{(x^2 + 4)^2}$	1p 2p 2p
c)	$a=3; f(x) = \frac{2x+3}{x^2+4}$ $f'(x) = \frac{-2x^2 - 6x + 8}{(x^2 + 4)^2};$ $-2x^2 - 6x + 8 = 0; x_1 = -4; x_2 = 1; f(-4) = -\frac{1}{4}; f(1) = 1$ Din tabel, $A_1\left(-4, -\frac{1}{4}\right)$ este punct de minim; $A_2(1, 1)$ este punct de maxim	1p 1p 1p 2p
2. a)	Funcția f este continuă pentru $x \in (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$ (1) În $x=0; \lim_{x \nearrow 0} f(x) = \lim_{x \nearrow 0} (x^2 - 3x + 5) = 5$ $\lim_{x \searrow 0} f(x) = \lim_{x \searrow 0} (e^x + x + 4) = 5; f(0) = 5$ (2) Din (1) și (2) funcția f este continuă pe $\mathbb{R}$	2p 2p 1p
b)		2p

	$\int_{-1}^1 f(x)dx = \int_{-1}^0 (x^2 - 3x + 5)dx + \int_0^1 (e^x + x + 4)dx$ $= e + \frac{31}{3}$	3p
c)	$\int_0^1 2xf(x^2)dx = \int_0^1 2x(e^{x^2} + x^2 + 4)dx =$ $= e + \frac{7}{2}$	2p 3p