

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**Varianta 37**

Prof: LEFTERIU IOANA.

- ◆ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- ◆ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- ◆ Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	Din ecuația: $t^2 - St + p = 0$, unde $S = x + y = 4$, $p = x \cdot y = -32$, avem $t^2 - 4t - 32 = 0$; $x_1 = -4$; $x_2 = 8$; $S = \{(-4, 8); (8, -4)\}$.	1p 2p 2p
2.	Elementele mulțimii A sunt termenii consecutivi ai unei progresii aritmetice: $a_1 = 3, a_2 = 5, a_3 = 13, a_4 = 18, \dots, a_n = 98$, $r = a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = 5$ $a_n = a_1 + (n-1)r$; $98 = 3 + (n-1)5 \Rightarrow n = 20$	1p 2p 2p
3.	Din proprietățile logaritmiilor: $\log_5^{(2+\sqrt{3})} + \log_5^{(2-\sqrt{3})} = \log_5^{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} =$ $= \log_5^1 = 0$	2p 3p
4.	$A_n^3 = n(n-1)(n-2) \Rightarrow$ $n^3 - 3n^2 - 4n = 0$; $n_1 = 0$; $n_2 = -1$; $n_3 = 4$ $n \in \mathbb{N}, n \geq 3 \Rightarrow n = 4$	1p 3p 1p
5.	$\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}$ sunt vectori opuși, la fel: $\overrightarrow{OB}$ și $\overrightarrow{OD} \Rightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$; $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$ $(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}) + (\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}) = \vec{0}$	3p 2p

6.	$\cos 120^\circ = \cos(180^\circ - 60^\circ) = -\cos 60^\circ$	3p
	$S = \sin^2 60^\circ + \cos^2 120^\circ = \sin^2 60^\circ + \cos^2 60^\circ = 1$ (din formula fundamentală)	2p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$\det(A) = 1 \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & m & -2 \\ -1 & 1 & 2 \\ m-1 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 2m^2 + 3m + 1$ $2m^2 + 3m + 1 = 1 \Rightarrow m_1 = -\frac{3}{2}; m_2 = 0$	2p 3p
b)	(S) are soluție unică dacă $\det(A) \neq 0$ $2m^2 + 3m + 1 = 0 \Rightarrow m_1 = -\frac{1}{2}, m_2 = -1 \Rightarrow$ $m \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; -1\right\}$	2p 2p 1p
c)	$m = 1 \Rightarrow (S) = \begin{cases} x + y - 2z = 1 \\ -x + y + 2z = -5 \\ -y + 3z = -1 \end{cases}; \det(A) = 6$ $d_x = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -5 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 6; d_y = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -1 & -5 & 2 \\ 0 & -1 & 3 \end{vmatrix} = -12; d_z = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -5 \\ 0 & -1 & -1 \end{vmatrix} = -6$ $x = \frac{d_x}{\det(A)} = 1; y = \frac{d_y}{\det(A)} = -2; z = \frac{d_z}{\det(A)} = -1; S = \{1, -2, -1\}$	1p 3p 1p
2. a)	$f: g \Leftrightarrow f(2) = 0$ $f(2) = 2m - 22; m = 11.$	2p 3p
b)	$f(\sqrt{3}) = (\sqrt{3})^3 + m(\sqrt{3})^2 - 15(\sqrt{3}) - 2m = m - 12\sqrt{3}$	3p

	$f(\sqrt{3}) = 0 \Rightarrow m = 12\sqrt{3}$	2p
c)	$m = 1; f = x^3 + x^2 - 15x - 2$	1p
	Din relațiile lui <i>Vie'te</i> : $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = -1 \\ x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = -15 \\ x_1x_2x_3 = 2 \end{cases}$	2p
	$S_2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = (x_1 + x_2 + x_3)^2 - 2(x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3) = 31$	2p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	$f = \text{continuă în } x_0 = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \nearrow 0} f(x) = \lim_{x \searrow 0} f(x) = f(0)$ $\lim_{x \nearrow 0} f(x) = \lim_{x \nearrow 0} (x^3 - 5x^2 + 7x + 1 + a) = 1 + a$ $\lim_{x \searrow 0} f(x) = \lim_{x \searrow 0} (xe^x + 2x - 2e^x) = -2; f(0) = -2$ $1 + a = -2 \Rightarrow a = -3$	2p 2p 1p
b)	$a = -3, f(x) = \begin{cases} x^3 - 5x^2 + 7x - 2, & x > 0 \\ xe^x + 2x - 2e^x, & x \leq 0 \end{cases}$ Ecuția tangentei în $x = x_0; y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$ $f'(x) = 3x^2 - 10x + 7 \Rightarrow f'(2) = -1$ $x + y - 2 = 0$ este ecuația tangentei.	1p 1p 2p 1p

c)	$f'(x) = 3x^2 - 10x + 7; \forall x \in (0, \infty)$ $f'(x) = 0; 3x^2 - 10x + 7 = 0; x_1 = 1; x_2 = \frac{7}{3}$ Pentru $x \in (0, 1] \cup \left[\frac{7}{3}, \infty\right), f' \geq 0 \Rightarrow f$ este crescătoare pentru $x \in \left[1, \frac{7}{3}\right] f' \leq 0 \Rightarrow f$ este descrescătoare.	2p 2p 1p
2.	$m = 1 \Rightarrow f_1(x) = 3x^2 + 4x + 4$	2p
a)	$\int f_1(x) dx = \int (3x^2 + 4x + 4) dx = x^3 + 2x^2 + 4x + C$	2p 1p
b)	$m = 0; f_0(x) = x^2 + 3x + 4$ $\int_0^1 e^x f_0(x) dx = \int_0^1 e^x (x^2 + 3x + 4) dx =$ $= e^x (x^2 + x + 3) \Big _0^1 = 5e - 3$	1p 1p 3p
c)	$\int_0^1 f_m(x) dx = \frac{8m^2 - m + 35}{6}$ $8m^2 - m = 0; m_1 = 0; m_2 = \frac{1}{8}; m \in \mathbb{R}^* \Rightarrow m = \frac{1}{8}$	2p 1p 2p