BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 4

Prof: Andone Emanuel

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$a_{10}=a_1+9r = 7+27=34$ $S_{10}=\frac{(a_1+a_{10})\cdot 10}{2}=205$	3p 2p
2.	O ecuaţie de gradul al doilea are rădăcini reale distincte dacă şi numai dacă $\Delta>0$ $\Delta= 4m^2+1$ $4m^2+1>0$ oricare ar fi m număr real, deoarece reprezintă o sumă de pătrate	1p 2p 2p
3.	$G_f\cap Oy$: $f(0)= 5^{-2}-1= -\frac{24}{25}$ $G_f\cap Ox$: rezolvăm ecuaţia $f(x)=0\rightarrow 5^{x-2}=1\rightarrow x-2=0\rightarrow x=2$ $A(0, -\frac{24}{25})$, $B(2,0)$	1p 2p 2p
4.	$P_3=3!=6$ $A_4^2=\frac{4!}{2!}=12$, $A_4^2-3P_3=12-18=-3$	2p 3p
5.	Doi vectori sunt perpendiculari dacă produsul lor scalar este $0\rightarrow 2(5+a)+ 2a=0$ $a=-\frac{5}{2}$	2p 3p

www.mateinfo.ro

6.	$A_{ABC}=\frac{AB\cdot AC\cdot \sin A}{2}\rightarrow$ $32\sqrt{3}=\frac{8\cdot 16\cdot \sin A}{2}\rightarrow \sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$ Măsura unghiului A este egală cu 60^0 sau 120^0 $\cos A=\frac{1}{2}\, sau \cos A=-\frac{1}{2}$	1p 2p 1p 1p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	O matrice este inversabilă dacă şi numai dacă determinantul său este nenul, det $A=3a^4-a^2$ $\det A=3a^3-a^2$ deci $a\in R-\{0,\frac{1}{3}\}$ A este inversabilă pentru orice a $a\in R-\{0,\frac{1}{3}\}$	2p 2p 1p
b)	$A^2=A\cdot A=\begin{pmatrix}-2 & 4 & -12\\ 0 & -2 & -18\\ -6 & 4 & 8\end{pmatrix}$ $(A^2)^T=\begin{pmatrix}-2 & 0 & -6\\ 4 & -2 & 4\\ -12 & 18 & 8\end{pmatrix}$	3p 2p
c)	$3A=\begin{pmatrix}0 & 3a & -3a\\ -9 & 12 & -9a\\ -3a & 3a & 0\end{pmatrix}$ $A^2=\begin{pmatrix}a^2-3a & -a^2+4a & -3a^2\\ 3a^2-12 & -3a^2-3a+16 & -9a\\ -3a & -a^2+4a & -2a^2\end{pmatrix}$ $A^2-3A+2I_3=\begin{pmatrix}a^2-3a+2 & -a^2+a & -3a^2+3a\\ 3a^2-3 & -3a^2-3a+6 & 0\\ 0 & -a^2+a & 2-2a^2\end{pmatrix}=O_3$, deci, a=1	1p 2p 2p

www.mateinfo.ro

2.	$a*(-b)= -ab+a^2+b^2$	1p
a)	$a*(-b)-ab= -ab+a^2+b^2-ab=(a-b)^2$	3p
	finalizare	1p
b)	Din definiţia monoidului → legea "* " trebuie săfie asociativă	3p
	Din relaţia $x*(y*z)=(x*y)*z$, oricare ar fi x,y,z numere reale rezultă $xz(a+b)+x(a^2-a)-zb(b+1)=0$, oricare ar fi x,y,z numere reale→	
	$a+b=0$, $a^2-a=0$ şi $b(b+1)=0$ →$a=b=0$ sau $a=1$ şi $b= - 1$	2p
c)	Utilizând rezultatul obţinut la punctul anterior, se disting două cazuri	2p
	$a=b=0$→$x*y=xy$, mulţimea elementelor inversabile fiind $\mathbb{R}^*$	2p
	$a=1$ şi $b= -1$→ $x*y= xy+x+y$	
	elementul neutru al acestei legi este 0	
	mulţimea elementelor inversabile este $\mathbb{R}-\{-1\}$	1p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1.	$f'(x)=\frac{2-x}{e^x}$	2p
a)		2p
	$f(x)+f'(x)=1 \Leftrightarrow \frac{1}{e^x}=1 \rightarrow$	1p
	$x=0$	
b)	$f'(x)=\frac{2-x}{e^x}=0 \rightarrow x=2$	1p
		1p
	Se realizează tabelul de variaţie al funcţiei	1p
	Se precizează semnul primei derivate	2p
	Pe intervalul $(-\infty,2)$ f este strict crecătoare şi pe intervalul $(2,\infty)$ f $este$ monoton descrescătoare	
c)	$f(0)= -1$	1p

www.mateinfo.ro

	f'(0)= 2 ecuaţia tangentei :y- f(0)= f'(0)(x-0) y+1=2x	1p 1p 2p
2. a)	g(x)=(x-1)^3 $\int g(x)dx = \int (x-1)^3 dx = \frac{(x-1)^4}{4} + C$	2p 2p 1p
b)	$f(x) = x + a + \frac{bx+c}{x^2+x+1} \rightarrow$ $x^3-3x^2+3x-1=x^3+(a+1)x^2+x(a+b+1)+a+c \rightarrow$ a+1=-3; a+b+1=3; a+c=-1→ a= -4; b=6; c=3	1p 1p 1p 2p
c)	$\int x-4+\frac{3(2x+1)}{x^2+x+1}dx = \frac{x^2}{2} - 4x + 3\ln(x^2+x+1) + C$ $(x^2+x+1)' = 2x+1 \rightarrow$ $\int \frac{(2x+1)}{x^2+x+1}dx = \ln(x^2+x+1) + C$ $\int x-4+\frac{3(2x+1)}{x^2+x+1}dx = \frac{x^2}{2} - 4x + 3\ln(x^2+x+1) + C$	2p 1p 2p

www.mateinfo.ro