

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**Varianta 43**

Prof: Marcu Ștefan Florin

♦ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.

♦ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

♦ Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$ 5x - 1 < 4 \Leftrightarrow -4 < 5x - 1 < 4 \Leftrightarrow -\frac{3}{5} < x < 1$ $x = 0$ și numărul de elemente este egal cu 1 .	3p 2p
2.	$a_n = a_1 + (n - 1)r$ $a_{2012} = a_1 + 2011r$; $r=3$ $a_{2012} = -5 + 2011 \cdot 3 = 6028$	1p 2p 2p
3.	Punerea condițiilor de existență a logaritmlor : $\begin{cases} 5x - 1 > 0 \\ 3x + 3 > 0 \end{cases}$ $5x - 1 = 3x + 3$ $x = 2$ este soluția ecuației .	1p 2p 2p
4.	$C_n^k = C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1}$ $C_{2012}^3 = C_{2011}^3 + C_{2011}^2 \Rightarrow C_{2012}^3 - C_{2011}^3 - C_{2011}^2 = 0$	2p 3p

5.	$A(3,5) \in d \Leftrightarrow x=3, y=5$ $3 \cdot 3 - 2 \cdot 5 + a = 0 \Rightarrow a = 1$	2p 3p
6.	$\sin(90^\circ - x) = \cos x$ $\sin 85^\circ = \cos 5^\circ$ $\sin^2 5^\circ + \sin^2 85^\circ = \sin^2 5^\circ + \cos^2 5^\circ = 1$	2p 1p 2p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ $A^2 = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ $A^2 = A$	2p 2p 1p
b)	$A + xI_2 = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} + x \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+x & -1 \\ 2 & -1+x \end{pmatrix}$ $\det(A + xI_2) = x^2 + x = 0 \Rightarrow x = 0, x = -1$	3p 2p
c)	$A^n = A (\forall n \in \mathbb{N}^*)$ $A + A^2 + \dots + A^{2012} = A + A + \dots + A = 2012 \cdot A$ $2012 \cdot A = \begin{pmatrix} 4024 & -2012 \\ 4024 & -2012 \end{pmatrix}$	1p 2p 2p
2. a)	$(x-4)(y-4) + 4 =$ $= xy - 4x - 4y + 16 + 4 =$ $= xy - 4x - 4y + 20 = x \circ y$	1p 3p 1p

b)	$\underbrace{x \circ x \circ \dots \circ x}_{2012\text{-ori}} = (x-4)^{2012} + 4$ $(x-4)^{2012} + 4 = 5 \Rightarrow (x-4)^{2012} = 1 \Rightarrow x = 3, x = 5$	3p 2p
c)	<p>Se observă că : $x \circ 4 = 4, (\forall) x \in R$</p> <p>Folosind asociativitatea avem : $E = [(-2012) \circ (-2011) \circ \dots] \circ 4 \circ [\dots \circ 2011 \circ 2012]$</p> <p>Deci $E=4$</p>	2p 2p 1p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = f'(1)$ $f'(x) = 2012x^{2011} - 2012$ $f'(1) = 0$	2p 2p 1p
b)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2012x^{2011} - 2012 = 0$ $2012(x^{2011} - 1) = 0$ $x^{2011} = 1$ $x=1 \text{ este unica soluție}$	1p 1p 1p 2p
c)	<p>f este strict descrescătoare pe $(-\infty, 1)$ și strict crescătoare pe $(1, +\infty)$</p> <p>Deci : $f(x) \geq f(1), (\forall) x \in R$</p> <p>Dar $f(1) = -2010$</p> <p>Obținem : $x^{2012} - 2012x + 2011 \geq 0, (\forall) x \in R$</p>	1p 1p 1p 2p
2. a)	$\int (x^2 + 1) \cdot f(x) dx = \int (x^2 + 5x + 1) dx =$ $= \int x^2 dx + \int 5x dx + \int dx =$	2p 2p

	$= \frac{x^3}{3} + \frac{5x^2}{2} + x + C$	1p
b)	$\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \frac{x^2 + 5x + 1}{x^2 + 1} dx =$ $= \int_0^1 \left(1 + \frac{5x}{x^2 + 1}\right) dx =$ $= \int_0^1 dx + 5 \int_0^1 \frac{x}{x^2 + 1} dx =$ $= 1 + \frac{5}{2} \ln 2$	1p 1p 1p 2p
c)	$\int_0^1 e^{f(x)} \cdot f'(x) dx = e^{f(1)} - e^{f(0)}$ $e^{f(1)} = e^{\frac{7}{2}}, e^{f(0)} = e$ $\int_0^1 e^{f(x)} \cdot f'(x) dx = \sqrt{e^7} - e = e^3 \sqrt{e} - e.$	2p 1p 2p