

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**Varianta 44**

Prof: Marcu Ștefan Florin

♦ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.

♦ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

♦ Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$x^2 - 16 = 0 \Rightarrow x_1 = 4, x_2 = -4 \Rightarrow x \in [-4, 4] \cap \mathbb{Z}$ $x \in \{-4, -3, \dots, 3, 4\}$	3p 2p
2.	$f(1) + f(2) + \dots + f(2012) = (2 \cdot 1 + 1) + (2 \cdot 2 + 1) + \dots + (2 \cdot 2012 + 1) =$ $= 2 \cdot (1 + 2 + \dots + 2012) + 2012 =$ $= 2012 \cdot 2014$	1p 2p 2p
3.	$2^{2x+4} = 4^{3x-1} \Leftrightarrow 2^{2x+4} = 2^{6x-2}$ $2x + 4 = 6x - 2$ $x = \frac{3}{2}$	1p 2p 2p
4.	Sunt 5 cazuri posibile , din care avem 2 cazuri favorabile Deci $P = \frac{2}{5}$	2p 3p
5.	$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(2 - 2)^2 + (a - 3)^2}$	2p

	$ a-3 =1 \Rightarrow a=4 \text{ sau } a=2$ $S = 0+2+3+4+5+6$	3p
6.	$A[ABC] = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin(\angle BAC)}{2}$ $\sin 135^\circ = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $A[ABC] = \frac{4 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = 4\sqrt{2}$	2p 1p 2p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.	Punctele sunt : $A_1(2,3)$ respectiv $A_2(4,5)$	2p
a)	<p>Ecuția dreptei A_1A_2 este :</p> $\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 4 & 5 & 1 \end{vmatrix} = 0$ $x - y + 1 = 0$	2p 1p
b)	<p>Avem $A_3(6,7)$, iar condiția de coliniaritate este :</p> $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 5 & 1 \\ 6 & 7 & 1 \end{vmatrix} = 0$ <p>Verificarea condiției</p>	3p 2p
c)	<p>Avem $A_n(2n, 2n+1)$ respectiv $A_{n+1}(2n+2, 2n+3)$</p> $A[OA_nA_{n+1}] = \frac{1}{2} \cdot \Delta $ $\Delta = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2n & 2n+1 & 1 \\ 2n+2 & 2n+3 & 1 \end{vmatrix} \Rightarrow \Delta = -2 \Rightarrow \text{Aria} = 1$	1p 2p 2p

2.	$S = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 =$	1p
a)	$= (1 + 6) + (2 + 5) + (3 + 4)$	3p
	$S = 0$	1p
b)	Elementele inversabile sunt : 1, 2, 3, 4, 5, 6	3p
	Produsul lor este egal cu 6	2p
c)	$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 3x + 4y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 6y = 2 \\ 3x + 4y = 0 \end{cases}$	2p
	$2y = 2 \Rightarrow y = 1$	2p
	$x = 1$	1p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} = f'(0)$	2p
a)	$f'(x) = 1 + e^x$	2p
	$f'(0) = 2$	1p
b)	$f'(x) = 1 + e^x$	1p
	$1 + e^x > 0$	1p
	$f'(x) > 0$	1p
	f este strict crescătoare pe R .	2p

c)	<p>Aplic Teorema lui Lagrange pe intervalul $[2011, 2012]$</p> <p>$(\exists)c \in (2011, 2012)$ cu $f(2012) - f(2011) = f'(c)$</p> <p>$f'(c) = e^{2012} - e^{2011} + 1$</p> <p>Unicitatea lui c este demonstrată prin faptul că : $f''(x) = e^x > 0 \Rightarrow f'$ este strict crescătoare pe $\mathbb{R}$</p>	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>2p</p>
2. a)	<p>$I_2 = \int_0^1 \frac{x^2 - 1}{x + 1} dx$</p> <p>$I_2 = \int_0^1 (x - 1) dx$</p> <p>$I_2 = -\frac{1}{2}$</p>	<p>2p</p> <p>2p</p> <p>1p</p>
b)	<p>Arătăm că : $I_n > I_{n+1}, (\forall)n \in \mathbb{N}$</p> <p>$I_{n+1} = \int_0^1 \frac{x^{n+1} - 1}{x + 1} dx$</p> <p>$x \in (0, 1) \Rightarrow x^n > x^{n+1}$</p> <p>Dar , atunci : $\frac{x^n - 1}{x + 1} > \frac{x^{n+1} - 1}{x + 1}$, de unde prin integrare de la 0 la 1 , se obține cerința</p>	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>2p</p>
c)	<p>$I_{n+2} - I_n = \int_0^1 \frac{x^{n+2} - x^n}{x + 1} dx =$</p> <p>$= \int_0^1 \frac{x^n \cdot (x^2 - 1)}{x + 1} dx =$</p> <p>$= \int_0^1 (x^{n+1} - x^n) dx = -\frac{1}{(n+1)(n+2)}, (\forall)n \in \mathbb{N}$</p>	<p>2p</p> <p>1p</p> <p>2p</p>