

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**Varianta 49**

Prof: Nicolaescu Nicolae.

- ◆ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- ◆ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- ◆ Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$2^{\log_2 3} = 3$ $\left(\frac{1}{5}\right)^{-1} = 5$ $3+5=8$	2p 2p 1p
2.	$\frac{x_1^2}{x_2} + \frac{x_2^2}{x_1} = \frac{x_1^3 + x_2^3}{x_1 x_2} = \frac{S^3 - 3SP}{P}$ $S=-1$ $P=3$ $\frac{x_1^2}{x_2} + \frac{x_2^2}{x_1} = \frac{8}{3}$	2p 1p 1p 1p
3.	Condiția de existență a radicalului: $x^2 - 3x + 2 \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty, 1] \cup [2, \infty)$ (1) Ridicând la pătrat obținem $x^2 - 3x + 2 = 12 \Rightarrow x^2 - 3x - 10 = 0$ $x_1 = 5, x_2 = -2$ ambele soluții îndeplinind condiția (1)	2p 1p 2p
4.	$ 3x+1 \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq 3x+1 \leq \frac{1}{2}$ $x \in \left[-\frac{3}{6}, -\frac{1}{6}\right]$ $A = \emptyset$	2p 2p 1p

5.	$ \overline{AM} = \frac{6\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$	5p
6.	$p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{5+6+9}{2} = 10$	2p
	$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{10(10-5)(10-6)(10-9)}$	2p
	$S = 10\sqrt{2} \text{ cm}^2$	1p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.	$B^2 = B \cdot B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$	2p
a)	$-4B = \begin{pmatrix} -8 & 4 \\ -8 & -4 \end{pmatrix}$	2p
	$B^2 - 4B = \begin{pmatrix} -6 & 1 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}$	1p
b)	$\det A = \begin{vmatrix} 2a & 1 \\ -1 & 3b \end{vmatrix} = 6ab + 1$	2p
	$\det A = 0 \Rightarrow ab = -\frac{1}{6}$ imposibil pentru $a, b \in \mathbb{Z}$	2p
	Deci, $\det A \neq 0, \forall a, b \in \mathbb{Z}$ și A inversabilă	1p
c)	$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}, A^4 = \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 0 & -4 \end{pmatrix} = -4I_2$	2p
	$A^{2012} = (A^4)^{503} = (-4I_2)^{503} = -4^{503}I_2 = \begin{pmatrix} -4^{503} & 0 \\ 0 & -4^{503} \end{pmatrix}$	3p
2.	$f(1) \cdot f(-1) = 2^5 \cdot (-2)^5 = (-4)^5 = -1024$	5p

a)		
	$(x+1)^5 + (x-1)^5 = (x^2 + 4x + 3) \cdot q + (ax + b)$	1p
	$x = -1 \Rightarrow -32 = -a + b$	1p
b)	$x = -3 \Rightarrow -1056 = -3a + b$	1p
	$a=512, b=480$	2p
c)	$f(0)=0 \Rightarrow f: x$	3p
	$f = x \cdot h, \text{cu } h \in R[X]$	2p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	$f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{x}} - \frac{2}{x} = \frac{3\sqrt{x} - 4}{2x}$	5p												
b)	<div>$f'(x) = 0 \Rightarrow 3\sqrt{x} - 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{16}{9}$</div> <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>$\frac{16}{9}$</td><td>∞</td></tr><tr><td>f'(x)</td><td>- - - - -</td><td>0</td><td>+ + + + +</td></tr><tr><td>f(x)</td><td>$\searrow \searrow \searrow \searrow$</td><td>$\nearrow \nearrow \nearrow \nearrow$</td><td></td></tr></table> <div>$f(x) \geq f\left(\frac{16}{9}\right) = 4 - 2\ln \frac{16}{9} = 4 - 4\ln \frac{4}{3}$</div>	x	0	$\frac{16}{9}$	∞	f'(x)	- - - - -	0	+ + + + +	f(x)	$\searrow \searrow \searrow \searrow$	$\nearrow \nearrow \nearrow \nearrow$		<div>2p</div> <div>2p</div> <div>1p</div>
x	0	$\frac{16}{9}$	∞											
f'(x)	- - - - -	0	+ + + + +											
f(x)	$\searrow \searrow \searrow \searrow$	$\nearrow \nearrow \nearrow \nearrow$												
c)	<div>$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{f(x)}{\sqrt{x}} - 2 \right)^x = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3\sqrt{x} - 2\ln x}{\sqrt{x}} - 2 \right)^x = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2\ln x}{\sqrt{x}} \right)^x, \text{ cazul } 1^\infty$</div> <div>$= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2\ln x}{\sqrt{x}} \right)^{\frac{-\sqrt{x} - 2\ln x}{2\ln x - \sqrt{x}} \cdot x} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} -2\ln x \cdot \sqrt{x}} = e^{-\infty} = 0$</div>	<div>2p</div> <div>3p</div>												

2.	Funcția f este continuă pe $(-\infty, 1), (1, \infty)$	1p
a)	$l_s = \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} (2^x - 1) = 2 - 1 = 1 \quad \text{și} \quad l_d = \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} (x^2 + \ln x) = 1, \quad f(1) = 1$	3p
	f continuă în punctul $x_0 = 1 \Rightarrow f$ continuă pe $\mathbb{R} \Rightarrow f$ admite primitive pe $\mathbb{R}$	1p
b)	$\int_2^3 f(x) dx = \int_2^3 (x^2 + \ln x) dx = \int_2^3 x^2 dx + \int_2^3 \ln x dx = \left(\frac{x^3}{3} + x \ln x - x \right) \Big _2^3 = \frac{16}{3} + \ln \frac{27}{4}$	5p
c)	Fie $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ o primitivă a funcției f . Atunci $F''(x) = f'(x)$	2p
	Pe intervalul $(-\infty, 1)$, $F''(x) = f'(x) = 2^x \ln 2 > 0$, deci F convexă	3p