

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**Varianta 50**

Prof: Nicolaescu Nicolae.

- ♦ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- ♦ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- ♦ Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$a_{10} = a_3 + 7r \Rightarrow r = 3$ $a_3 = a_1 + 2r \Rightarrow a_1 = 1$ $S_{10} = \frac{(1+28)10}{2} = 145$	2p 2p 1p
2.	Notăm $x + y = S$, $xy = P$ Sistemul devine $\begin{cases} S = 3 \\ S^2 - 2P = 5 \end{cases}$ cu soluția $S=3, P=2$ x, y sunt soluțiile ecuației $x^2 - 3x + 2 = 0$ adică $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ sau $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$	3p 2p
3.	Notăm $4^x = y > 0$. Ecuația devine $y^2 - 2y + 1 = 0$ Soluția ecuației este $y=1$ Revenim la notație, $4^x = 1 \Rightarrow x = 0$	2p 1p 2p
4.	$x_1 = \frac{1}{x_2} \Rightarrow P = x_1 x_2 = 1$ $P = \frac{5m+1}{m} = 1 \Rightarrow m = -\frac{1}{4}$	2p 3p

5.	$\frac{\sin 70^\circ \cos 20^\circ + \sin 20^\circ \cos 70^\circ}{\cos 70^\circ \cos 25^\circ + \sin 70^\circ \sin 25^\circ} = \frac{\sin(70^\circ + 20^\circ)}{\cos(70^\circ - 25^\circ)} = \frac{\sin 90^\circ}{\cos 45^\circ}$ $= \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{2}$	3p 2p
6.	$d(A, h) = \frac{ 3 \cdot 1 + 4 \cdot (-2) - 7 }{\sqrt{3^2 + 4^2}}$ $d(A, h) = \frac{12}{5}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.	$\begin{vmatrix} 2 & m & -3 \\ m & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix} = -2m^2 + 6m + 28$	2p 2p
a)	$\det A = 0 \Rightarrow \Delta = 260 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 2\sqrt{65}$ deci $m \notin Q$ Deci $\forall m \in Q$ sistemul este compatibil determinat	1p
b)	$-2m^2 + 6m + 28 < 33 \Leftrightarrow -2m^2 + 6m - 5 < 0$ $\Delta_m = 36 - 40 = -4 < 0$ Atunci $-2m^2 + 6m - 5 < 0 \forall m \in R$	2p 1p 2p
c)	$\det A = 32$ $\Delta_1 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 2 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 0, \Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 32, \Delta_3 = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 3 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 0$ $x=0, y=1, z=0$	1p 3p 1p

2.	Sunt inversabile clasele a astfel încât $(a,9)=1$	2p
a)	Sunt inversabile 1,2,4,5,7,8 deci 6 elemente	3p
b)	$\hat{5}x + \hat{3} = \hat{0} \Rightarrow \hat{5}x = -\hat{3} = \hat{6}$ $x = \frac{\hat{6}}{\hat{5}} = \hat{6} \cdot \hat{5}^{-1} = \hat{6} \cdot 2 = \hat{3}$	2p 3p
c)	$\begin{vmatrix} \hat{3} & \hat{1} \\ \hat{1} & 4 \end{vmatrix} = \hat{3} - \hat{1} = 2$ $\begin{vmatrix} \hat{1} & 2 & \hat{3} \\ \hat{3} & \hat{1} & 2 \\ \hat{1} & \hat{1} & 7 \end{vmatrix} = 7 + \hat{0} + 4 - \hat{3} - 2 - \hat{6} = \hat{0}$ $\begin{vmatrix} \hat{3} & \hat{1} \\ \hat{1} & 4 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \hat{1} & 2 & \hat{3} \\ \hat{3} & \hat{1} & 2 \\ \hat{1} & \hat{1} & 7 \end{vmatrix} = 2$	2p 2p 1p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1.	$f'(x) = \frac{(x+3)' \sqrt{x} - (x+3)(\sqrt{x})'}{x} = \frac{\sqrt{x} - (x+3) \frac{1}{2\sqrt{x}}}{x} = \frac{2x - x - 3}{2x\sqrt{x}} = \frac{x-3}{2x\sqrt{x}}$	3p
a)	Pentru $x \in [3, \infty)$, obținem că $f'(x) \geq 0$, deci f este crescătoare.	2p
b)	<p>Deoarece f este crescătoare pe $[3, \infty)$, rezultă că $f(2012) > f(2011)$</p> $\Rightarrow \frac{2015}{\sqrt{2012}} > \frac{2014}{\sqrt{2011}} \Rightarrow 2015\sqrt{2011} > 2014\sqrt{2012}$	3p 2p
c)	Ecuția tangentei este $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$	2p 1p

	$f'(4) = \frac{1}{16}$ $y - \frac{7}{2} = \frac{1}{16}(x - 4) \Rightarrow x - 16y + 52 = 0$	2p
2. a)	$\int f_1(x) dx = \int \frac{1+x}{x} dx = \ln x + x + C$	5p
b)	$\int_1^2 f_n(x) dx - \int_1^2 f_{n-1}(x) dx = \int_1^2 \left[\frac{(1+x)^n}{x} - \frac{(1+x)^{n-1}}{x} \right] dx = \int_1^2 (1+x)^{n-1} dx$ $= \frac{(1+x)^n}{n} \Big _1^2 = \frac{3^n - 2^n}{n}$	3p 2p
c)	$V = \pi \int_1^2 \frac{(1+x)^4}{x^2} dx = \pi \int_1^2 \left(\frac{1}{x^2} + 2 + x^2 \right) dx = \pi \left(\frac{x^3}{3} + 2x - \frac{1}{x} \right) \Big _1^2$ $V = \frac{29\pi}{6}$	3p 2p