

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**Varianta 51**

Prof: Nicolaescu Nicolae.

- ◆ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- ◆ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- ◆ Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$b_6 = b_3 \cdot q^3 \Rightarrow \frac{3}{32} = \frac{3}{4} \cdot q^3 \Rightarrow q = \frac{1}{2}$ $b_1 = b_3 : q^2 = \frac{3}{4} : \frac{1}{4} = 3$	3p 2p
2.	<p>Elementele raționale sunt $\sqrt[3]{1}, \sqrt[3]{8}, \sqrt[3]{27}$.</p> <p>Probabilitatea $P = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{3}{50}$</p>	2p 3p
3.	<p>Condiția de existență a logaritmului $x^2 + 2x > 0 \Rightarrow x \in (-\infty, -2) \cup (0, \infty)$</p> <p>Ecuția devine $x^2 + 2x = 9^{\frac{1}{2}} = 3$ cu soluțiile $x_1 = 1, x_2 = -3$</p> <p>Ambele soluții aparțin mulțimii $(-\infty, -2) \cup (0, \infty)$, deci $S = \{1, -3\}$</p>	2p 2p 1p
4.	$C_n^3 = \frac{n!}{(n-3)!3!} = \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$ <p>Ecuția devine $\frac{n(n-1)(n-2)}{6} = n(n-1) \Rightarrow n-2 = 6 \Rightarrow n = 8 \in \mathbb{N}$</p>	2p 3p
5.	$G\left(\frac{-2+5+0}{3}, \frac{3+1-4}{3}\right) \Rightarrow G(1, 0)$	2p 3p

	$AG: \frac{x+2}{1+2} = \frac{y-3}{0-3} \Rightarrow AG: x+y-1=0$	
6.	$\sin x = \pm \sqrt{1 - \cos^2 x} = \pm \sqrt{\frac{7}{16}} = \pm \frac{\sqrt{7}}{4}$	3p
	$x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \sin x > 0 \Rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{7}}{4}$	2p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.	$A^2 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 49 \end{pmatrix}$	2p
a)	$3I_2 = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$	2p
	$A^2 + 3I_2 = \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 52 \end{pmatrix}$	1p
b)	$\det(A^n) = (\det A)^n = 14^n$	3p
	$14/14^n = \det(A^n)$	2p
c)	Fie $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M_2(R)$	1p
	$AX=XA \Rightarrow \begin{pmatrix} 2a & 2b \\ 7c & 7d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a & 7b \\ 2c & 7d \end{pmatrix}$ deci $b=c=0$	2p
	$a, d \in R \Rightarrow X = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & d \end{pmatrix}$ deci ecuația are o infinitate de soluții în $M_2(R)$	2p
2.	Legea de compoziție fiind comutativă, rezolvăm ecuația $x * e = x$	1p
a)	$xe - 8x - 8e + 72 = x \Rightarrow e(x-8) = 9(x-8) \Rightarrow e = 9$	4p
	Fie $x, y \in [8, \infty) \Rightarrow x-8 \geq 0, y-8 \geq 0$	2p

b)	$(x-8)(y-8) \geq 0 \Rightarrow xy - 8(x+y) + 64 \geq 0$ $xy - 8(x+y) + 72 \geq 8 \Rightarrow x * y \in [8, \infty)$	2p 1p
c)	$2^x * 2^x = 72 \Rightarrow 2^{2x} - 16 \cdot 2^x + 72 = 72$ $2^x (2^x - 16) = 0$ și deoarece $2^x > 0 \Rightarrow 2^x - 16 = 0 \Rightarrow x = 4$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	$l_s = \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} (2^{x-1} + 1) = 2$ $l_d = \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} \frac{3x-1}{x} = 2$ $f(1)=2$ Deoarece $l_s = l_d = f(1)$, rezultă că f este continuă în punctul $x_0 = 1$	1p 1p 1p 2p
b)	Calculăm derivata funcției pe $[1, \infty)$. $f'(x) = \frac{(3x-1)'x - (3x-1)x'}{x^2} = \frac{1}{x^2} > 0 \quad \forall x \in [1, \infty)$ Deoarece $f'(x) > 0 \quad \forall x \in [1, \infty)$ rezultă că f este strict crescătoare pe $[1, \infty)$	1p 3p 1p
c)	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2^{x-1} + 1) = 1$ Graficul funcției f admite asimptotă orizontală spre $-\infty$, dreapta de ecuație $y=1$	3p 2p
2. a)	$\int f(x) \cdot (x+1) dx = \int x^4 dx = \frac{x^5}{5} + C$	5p
b)	$\frac{x^4}{x+1} = x^3 - x^2 + x - 1 + \frac{1}{x+1}$	2p

	$\int_0^1 \frac{x^4}{x+1} dx = \int_0^1 \left(x^3 - x^2 + x - 1 + \frac{1}{x+1} \right) dx = -\frac{7}{12} + \ln 2$	3p
c)	$f'(x) = \frac{(x^4)'(x+1) - x^4(x+1)'}{(x+1)^2} = \frac{3x^4 + 4x^3}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in [1, 2] \text{ deci } f \text{ este crescătoare pe } [1, 2]$ <p>Atunci $f(1) \leq f(x) \leq f(2) \Rightarrow \frac{1}{2} \leq \int_1^2 f(x) dx \leq \frac{16}{3}$</p>	<p>2p</p> <p>3p</p>