BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 54

Prof: Opriţă Elena

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	Aplică formula $a_n = a_1 + (n-1)r$ pentru $n=4 : a_4 = a_1 + 3r$ Obţine $a_4 = 11$	3p 2p
2.	Pune condiţia $\Delta = 0$ Calculează $\Delta = 16 - 4m$ Obţine $m = 4$	1p 2p 2p
3.	Scrie forma echivalentă $3^{6x-12} = 3^6$ Foloseşte injectivitatea funcţiei exponenţiale şi ajunge la ecuaţia $6x - 12 = 6$ Finalizare $x = 3$	1p 2p 2p
4.	Cantitatea de magneziu este $2^0 /_{00} \cdot 2,5$ Obţine $5g$ de magneziu	2p 3p
5.	Lungimea segmentului $AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$ $AB = \sqrt{(1-2)^2 + (3-1)^2}$ $AB = \sqrt{5}$	2p 2p 1p

www.mateinfo.ro

6.	Aria triunghiului ABC este $A_{\triangle ABC}=\dfrac{AC\cdot AB\cdot \sin(\sphericalangle ABC)}{2}$	2p
	$A_{\triangle ABC}=\dfrac{3\cdot 5\cdot \sin 30^0}{2}$	1p
	Finalizare $A_{\triangle ABC}=\dfrac{15}{4}$	2p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	Pentru $x=1$ şi $y=0$ se obţine $\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\in G$	2p
	Pentru $x=y=0$ se obţine $\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}\in G$	2p
	Finalizare	1p
b)	Fie $A=\begin{pmatrix}x & y\\ 5x & y\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}t & z\\ 5z & t\end{pmatrix}, x,y,t,z\in R$	1p
	$A+B=\begin{pmatrix}x+t & y+z\\ 5(y+z) & x+t\end{pmatrix}\in G$	2p
	$A\cdot B=\begin{pmatrix}xt+5yz & xz+yt\\ 5(xz+yt) & xt+5yz\end{pmatrix}\in G$	2p
c)	A inversabilă dacă $\det(A)\neq 0$.	1p
	$\det(A)=x^2-5y^2\neq 0$ deci $A^{-1}=\dfrac{1}{\det(A)}A^*$	1p
	Calculează $A^*=\begin{pmatrix}x & -y\\ -5y & x\end{pmatrix}$	1p
	Scrie $A^{-1}=\begin{pmatrix}\dfrac{x}{x^2-5y^2} & -\dfrac{y}{x^2-5y^2}\\ -\dfrac{5y}{x^2-5y^2} & \dfrac{x}{x^2-5y^2}\end{pmatrix}$	2p

www.mateinfo.ro

2. a)	Scrie $x\circ y=4xy+4x+4y+4-1$ $x\circ y=4(xy+x+y+1)-1=$ $=4\left[x(y+1)+(y+1)\right]-1=$ $=4(x+1)(y+1)-1$ Finalizare	1p 3p 1p
b)	Legea "$\circ$" asociativă dacă $(x\circ y)\circ z=x\circ(y\circ z)\quad \forall x,y,z\in R$. Calculează $(x\circ y)\circ z=(4xy+4x+4y+3)\circ z=\ldots=16xyz+16xy+16xz+16yz+16x+16y+16z+15$ Calculează $x\circ(y\circ z)=x\circ(4yz+4y+4z+3)=\ldots=16xyz+16xy+16xz+16yz+16x+16y+16z+15.$	3p 2p
c)	Demonstrează că $\underbrace{x\circ x\circ\ldots\circ x}_{de\ n\ ori}=4^{n-1}(x+1)^n-1$ Scrie ecuaţia $\underbrace{x\circ x\circ\ldots\circ x}_{de\ 2012\ ori}=-1$ sub forma $4^{2011}(x+1)^{2012}-1=-1$ care este echivalentă cu $4^{2011}(x+1)^{2012}=0$ Obţine soluţia $x=-1$	2p 2p 1p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	Calculează $f(1)=1+a$ Scrie ecuaţia $f(1)=2$ sub forma $1+a=2$ Obţine $a=1$	2p 2p 1p
b)	Observă că $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}=f'(1)$ Calculează $f'(x)=\dfrac{(x^2+1)'x-(x^2+1)x'}{x^2}$ Obţine $f'(x)=\dfrac{x^2-1}{x^2}$	1p 1p 1p

www.mateinfo.ro

	Calculează $f'(1)=0$ şi deduce că $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}=f'(1)=0$	2p
c)	f este strict crescătoare pe $\left[\sqrt{a},+\infty\right)$ dacă $f'(x)>0\ \forall\ x\in\left[\sqrt{a},+\infty\right)$. Calculează $f'(x)=\dfrac{x^2-a}{x^2}$ Observă că pentru $x>\sqrt{a}\Rightarrow x^2>a\Rightarrow x^2-a>0,\ x^2>0$ Rezultă că $f'(x)>0\ \forall\ x\in\left[\sqrt{a},+\infty\right)$ ceea ce implică f este strict crescătoare pe $\left[\sqrt{a},+\infty\right)$	1p 1p 1p 2p
2. a)	Pentru a calcula $\int_0^1 f(x)dx=\int_0^1 xe^x dx$ aplicăm metoda de integrare prin părţi. $\int_0^1 x(e^x)'dx=xe^x\Big\|_0^1-\int_0^1 e^x(x)'dx=e-\int_0^1 e^x dx$ Obţine $\int_0^1 xe^x dx=1$	2p 2p 1p
b)	Calculează $f(x)g'(x)=2x^2e^x$ $\int_0^1 2x^2e^x dx=2\int_0^1 x^2\left(e^x\right)'dx=$ $=2x^2e^x\Big\|_0^1-2\int_0^1(x^2)'e^x dx=$ $=2e-4\int_0^1 xe^x dx=2e-4$	1p 1p 1p 2p
c)	Calculează $h(x)=f(x)+g(x)=xe^x+x^2+2$ $A=\int_0^1 h(x)dx$ Scrie formula pentru arie $A=\int_0^1\left(xe^x+x^2+2\right)dx=\int_0^1 xe^x dx+\int_0^1 x^2dx+\int_0^1 2dx$ $A=\dfrac{10}{3}$	2p 1p 2p

www.mateinfo.ro