

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**Varianta 55**

Prof: Opriță Elena

- ◆ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- ◆ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- ◆ Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	<p>Ecuția are rădăcini reale dacă $\Delta \geq 0 \forall x \in R$.</p> <p>Calculează $\Delta = 5m^2 - 10m + 5$</p> <p>Scrie expresia pentru $\Delta = 5(m-1)^2$ și observă că $\Delta \geq 0 \forall m \in R$</p>	<p>1p</p> <p>2p</p> <p>2p</p>
2.	<p>Numărul submulțimilor cu 8 elemente ale unei mulțimi cu 10 elemente este C_{10}^8</p> <p>$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$</p> <p>Calculează $C_{10}^8 = 45$</p>	<p>2p</p> <p>1p</p> <p>2p</p>
3.	<p>Scrie $\frac{2}{7} = 0,(285714)$</p> <p>Observă că $2012 = 6 \cdot 335 + 2$</p> <p>$a_{2012} = 8$</p>	<p>2p</p> <p>1p</p> <p>2p</p>
4.	<p>C.E $\begin{cases} x^2 - 7x + 17 > 0 \\ 3x + 8 > 0 \end{cases} \Rightarrow x \in \left(-\frac{8}{3}, +\infty\right)$</p> <p>Folosește faptul că funcția logaritmică este injectivă și obține $x^2 - 7x + 17 = 3x + 8$. Găsește</p> <p>$x_1 = 1 \in C.E$ și $x_2 = 9 \in C.E$</p>	<p>2p</p> <p>3p</p>
5.	<p>Folosește formula $\cos(180^\circ - x) = -\cos x$ și obține $\cos 130^\circ = -\cos 50^\circ$</p> <p>Obține $\cos 50^\circ + \cos 130^\circ = 0$</p>	<p>2p</p> <p>3p</p>

6.	Fie d' dreapta căutată. Din condiția $d \parallel d'$ se obține $m_d = m_{d'}$. Deci panta dreptei d' este $m_{d'} = -\frac{5}{12}$ <p>Ecuția dreptei care trece prin punctul A și este paralelă cu d' este: $y - y_A = m_{d'}(x - x_A)$</p> <p>Înlocuiește și obține ecuația pentru d': $5x + 12y - 17 = 0$</p>	2p 1p 2p
----	---	------------------------

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	<p>Scris $A^2 = A \cdot A$ și $A^3 = A^2 \cdot A$</p> <p>Calculează $A^2 = \begin{pmatrix} 6^2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$</p> <p>Calculează $A^3 = \begin{pmatrix} 6^3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$</p>	1p 2p 2p
b)	<p>Calculează $\det(A^n) = 6^n$</p> <p>Rezolvă ecuația $6^n = 1296$ și obține $n = 4$</p>	3p 2p
c)	<p>Scris $B_{2012} = A + A^2 + \dots + A^{2012}$</p> <p>$B_{2012} = \begin{pmatrix} 6 + 6^2 + \dots + 6^{2012} & 0 \\ 0 & 2012 \end{pmatrix}$</p> <p>$B_{2012} = \begin{pmatrix} \frac{6}{5}(6^{2012} - 1) & 0 \\ 0 & 2012 \end{pmatrix}$</p>	1p 2p 2p
2. a)	<p>Scris relațiile lui Viete pentru ecuația dată. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = 1 \\ x_1x_2x_3 = -1 \end{cases}$</p> <p>Obține că $x_1 + x_2 + x_3 = 3$</p>	3p 2p

b)	<p>Scrive $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = (x_1 + x_2 + x_3)^2 - 2(x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3)$</p> <p>Obține $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 3^2 - 2 \cdot 1 = 7$</p>	<p>3p</p> <p>2p</p>
c)	$\begin{vmatrix} \frac{1}{x_1} & \frac{1}{x_2} & \frac{1}{x_3} \\ x_3 & x_1 & x_2 \\ \frac{1}{x_2} & \frac{1}{x_3} & \frac{1}{x_1} \end{vmatrix} = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} - \frac{x_1}{x_2x_3} - \frac{x_2}{x_1x_3} - \frac{x_3}{x_1x_2} =$ $\frac{x_2x_3 + x_1x_3 + x_1x_2 - (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)}{x_1x_2x_3} =$ $= \frac{1-7}{-1} = 6$	<p>2p</p> <p>2p</p> <p>1p</p>

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	<p>Aplică formula $(x^n)' = nx^{n-1}$</p> <p>Calculează $f'(x) = 2012x^{2011}$</p>	<p>2p</p> <p>3p</p>
b)	<p>Observă că $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{x^{2012} - \pi^{2012}}{x - \pi} = f'(\pi)$</p> <p>Calculează $f'(\pi) = 2012\pi^{2011}$</p> <p>Finalizează $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{x^{2012} - \pi^{2012}}{x - \pi} = 2012\pi^{2011}$</p>	<p>2p</p> <p>2p</p> <p>1p</p>
c)	<p>Intervalele de concavitate si convexitate le stabilim cu ajutorul semnului funcției f''</p> <p>Calculează $f''(x) = (f'(x))'$</p> <p>$f''(x) = 2012 \cdot 2011x^{2010}$</p>	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>2p</p>

	Observă că $x^{2010} \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ deci $f''(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ ceea ce implică faptul că f este convexă pe $\mathbb{R}$	
2. a)	<p>Scrisse $I_1 = \int_0^1 x e^{-x} dx$ și aplică metoda de integrare prin părți.</p> $I_1 = -\int_0^1 x(e^{-x})' dx = -x e^{-x} \Big _0^1 - e^{-x} \Big _0^1$ <p>Finalizează $I_1 = -\frac{2}{e} + 1$</p>	<p>2p</p> <p>2p</p> <p>1p</p>
b)	$I_n = \int_0^1 x^n e^{-x} dx = -\int_0^1 x^n (e^{-x})' dx$ $I_n = -x^n e^{-x} \Big _0^1 + \int_0^1 (x^n)' e^{-x} dx$ $I_n = -\frac{1}{e} + n \int_0^1 x^{n-1} e^{-x} dx$ $I_n = -\frac{1}{e} + n I_{n-1}, \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2$	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>2p</p>
c)	<p>Integrând inegalitatea dată de la zero la unu se obține $\int_0^1 x^n \cdot \frac{1}{e} dx \leq \int_0^1 x^n e^{-x} dx \leq \int_0^1 x^n dx$</p> $\frac{1}{e} \frac{x^{n+1}}{n+1} \Big _0^1 \leq I_n \leq \frac{x^{n+1}}{n+1} \Big _0^1$ <p>Din relația de mai sus ajunge la $\frac{1}{(n+1)e} \leq I_n \leq \frac{1}{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$</p>	<p>2p</p> <p>1p</p> <p>2p</p>