

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**Varianta 56**

Prof: Opriță Elena

- ◆ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- ◆ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- ◆ Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$\log_2 128 - \log_3 27 + \log_4 \frac{1}{4} = 7 - 3 + (-1)$ Finalizează $\log_2 128 - \log_3 27 + \log_4 \frac{1}{4} = 3$	3p 2p
2.	Suma elementelor mulțimii A este $1 + 4 + 7 + \dots + 37$ Observă că termenii sumei formează o progresie aritmetică cu primul termen 1 și rația 3. Termenul general al unei progresii aritmetice este $a_n = a_1 + (n-1)r$. Numărul de termeni îl află din relația $1 + (n-1) \cdot 3 = 37 \Rightarrow n = 13$ Calculează suma $S_{13} = \frac{(1+37)}{2} \cdot 13 \Rightarrow S_{13} = 247$	1p 2p 2p
3.	Scrie ecuația sub forma $2^{x^2+3x} = 2^4$ Folosind injectivitatea funcției exponențiale obținem $x^2 + 3x = 4 \Rightarrow x^2 + 3x - 4 = 0$ Rezolvă ecuația și obține soluțiile $x_1 = 1$ și $x_2 = -4$	1p 2p 2p
4.	Înălțimea copacului după o lună $10 + 4\% \cdot 10 = \dots = 10,4m$ Înălțimea copacului după două luni $10,4 + 4\% \cdot 10,4 = \dots = 10,816m$	2p 3p
5.	A' este simetricul punctului A în raport cu $B \Rightarrow B$ este mijlocul segmentului $A'A$ $B\left(\frac{x_A + x_{A'}}{2}, \frac{y_A + y_{A'}}{2}\right)$ deci $x_{A'} = 2x_B - x_A = -14$ și $y_{A'} = 2y_B - y_A = -6$. Obținem $A'(-14, -6)$.	2p 3p

6.	Folosește formula $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos(\sphericalangle BAC)$	2p
	$BC^2 = 5^2 + 8^2 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \frac{1}{2}$	1p
	Obține $BC = 7$	2p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.	Scris $A^2 = A \cdot A$	2p
a)	$\text{Calculează și obține } A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	2p
	Finalizează $A^2 = O_2$	1p
b)	Calculează $(I_3 - A)(I_3 + A) = I_3^2 + I_3 A - A I_3 - A^2$.	3p
	Folosind proprietățile matricei unitate și punctul a) obținem $I_3 = (I_3 - A)(I_3 + A)$	2p
c)	Folosim punctul b) și definiția funcției inversabile obținem	1p
	$(I_3 - A)^{-1} = I_3 + A$	2p
	Scris $(I_3 - A)^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & -2 \\ 3 & 3 & -2 \end{pmatrix}$	2p
2.	Restul împărțirii polinomului f la $X + 2$ se obține folosind teorema restului	1p
a)	Restul este $f(-2) = (-2)^2 + (-2) + 1$	3p
	Finalizează $f(-2) = 3$	1p
b)	Scris relațiile lui Viete $\begin{cases} x_1 + x_2 = -1 \\ x_1 x_2 = 1 \end{cases}$ și calculează $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = -1$	3p
	$x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2) = \dots = 2$	2p
c)	$g(x) - f(x) = 1 \Rightarrow x^3 + 2x^2 + 2x + 1 = 0$	2p

	Scrie ecuația sub forma $(x+1)(x^2+x+1)=0$	2p
	Obține $x = -1$ soluție.	1p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	$f'(x) = x' + 3' + (3^x)'$ $f'(x) = 1 + 0 + 3^x \ln 3$ $f'(x) = 1 + 3^x \ln 3$	2p 2p 1p
b)	f este crescătoare pe R dacă $f'(x) > 0, \forall x \in R$ $f'(x) = 1 + 3^x \ln 3$ $3^x > 0, \forall x \in R$ și $\ln 3 > 0$ implică $f'(x) > 0, \forall x \in R$ Concluzia: f este strict crescătoare pe R .	1p 1p 2p 1p
c)	$f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2012) = 1 + 3 \ln 3 + 1 + 3^2 \ln 3 + \dots + 1 + 3^{2012} \ln 3$ $= 2012 + (3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2012}) \ln 3$ Calculează suma $(3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2012}) = 3 \frac{3^{2012} - 1}{2}$ Finalizează $f'(1) + f'(2) + f'(3) + \dots + f'(2012) = 2012 + \frac{3}{2} (3^{2012} - 1) \ln 3$	1p 1p 1p 2p
2. a)	Funcția F este o primitivă pentru funcția f dacă F este derivabilă și $F'(x) = f(x)$. F este derivabilă deoarece este sumă de funcții elementare și $F'(x) = (e^x)' + (x^4)' + (x^3)' + (2x)' - 2' = e^x + 4x^3 + 3x^2 + 2$ Deci $F'(x) = f(x)$	2p 2p 1p

b)	$\int_0^1 f(x)F(x)dx = \int_0^1 F'(x)F(x)dx = \frac{F^2(x)}{2} \Big _0^1 =$ $= \frac{(e^x + x^4 + x^3 + 2x - 2)^2}{2} \Big _0^1 =$ $= \frac{(e+1+1+2-2)^2}{2} - \frac{(e-2)^2}{2} =$ $= \frac{(e+2)^2 - (e-2)^2}{2} = 4e$	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>2p</p>
c)	<p>Calculează $\int_0^1 xf(x) + F(x) = xe^x + e^x + 5x^4 + 4x^3 + 4x - 2$ (în barem, lipsea un e^x)</p> <p>atunci $\int_0^1 (xf(x) + F(x))dx = \int_0^1 (xe^x + e^x + 5x^4 + 4x^3 + 4x - 2)dx =$</p> $= \int_0^1 xe^x dx + \int_0^1 e^x dx + 5 \int_0^1 x^4 dx + 4 \int_0^1 x^3 dx + 4 \int_0^1 x dx - 2 \int_0^1 dx =$ $= (xe^x - e^x + e^x + x^5 + x^4 + 2x^2 - 2x) \Big _0^1 = 3 \text{ adevărat}$	<p>2p</p> <p>1p</p> <p>2p</p>