

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**Varianta 60**

Prof: PODUMNEACĂ DANIELA

- ◆ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- ◆ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- ◆ Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$\log_3 \frac{15 \cdot 6}{18} =$ $= \log_5 5 = 1$	3p 2p
2.	Soluții reale distincte dacă $\Delta > 0$ $\Delta = (-2m - 1)^2 - 4m = 4m^2 + 1$ $4m^2 + 1 > 0$ pentru $\forall m \in \mathbb{R}$	1p 2p 2p
3.	Conform injectivității $1 + \sqrt{2x + 1} = x \Leftrightarrow \sqrt{2x + 1} = x - 1 \Leftrightarrow$ Condiții pentru rezolvarea ecuației iraționale $\left. \begin{matrix} 2x + 1 \geq 0 \\ x - 1 \geq 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow x \geq 1 \Leftrightarrow x \in [1, \infty)$ $\Leftrightarrow x^2 - 4x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \notin [1, \infty) \\ x = 4 \in [1, \infty) \end{cases}$ Mulțimea soluțiilor $S = \{4\}$	1p 1p 2p 1p
4.	Numărul tuturor submulțimilor este $2^4 = 16$ Numărul submulțimilor cu 2 elemente $C_4^2 = 6$ Probabilitatea $P = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$	1p 2p 2p
5.	Din $y = 7x - 3 \Rightarrow m_d = 7$ și $m_{PQ} = \frac{3m - 2}{-3 - m}$	2p

	$\text{Din } d \parallel PQ \Rightarrow m_d = m_{PQ} \Leftrightarrow 7 = \frac{3m-2}{-3-m} \Rightarrow$ $m = -\frac{19}{10}$	2p 1p
6.	$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos B \Rightarrow$ <p>Prin calcul $\Rightarrow AC = \sqrt{37}$,</p> <p>Perimetrul este $P = AB + BC + AC = 11 + \sqrt{37}$</p>	1p 2p 2p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	<p>Dacă matricea sistemului este $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & a \end{pmatrix}$ atunci,,</p> <p>$\det A = 2a + 2$</p>	2p 3p
b)	<p>Prin calcul direct $M(1,1,0)$ verifică toate ecuațiile,</p> <p>Din ecuația trei $\Rightarrow$ soluția nu depinde de a</p>	3p 2p
c)	$d_x = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & a \end{vmatrix} = 2a + 2, d_y = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & a \end{vmatrix} = 2a + 2, d_z = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0$ <p>$x = \frac{d_x}{\det A} = 1, y = \frac{d_y}{\det A} = 1, z = \frac{d_z}{\det A} = 0$, soluția sistemului este $S = \{(1,1,0)\}$.</p>	3p 2p
2. a)	<p>Restul este $r = f(-3) =$</p> <p>$= 7$.</p>	2p 3p
b)	<p>Suma rădăcinilor este $S_1 = \frac{-2}{1} =$</p> <p>$= -2$.</p>	3p 2p
c)	<p>$(1-x_1)(1-x_2)(1-x_3) = 1 - S_1 + S_2 - S_3 =$</p>	3p

	= -1.	2p
--	-------	----

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	<p>Asimptota este $y = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{6^x - 1} =$</p> $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{6^x(1 - \frac{1}{6^x})} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{e}{6}\right)^x \frac{1}{(1 - \frac{1}{6^x})} = 0$ <p>$y = 0$ asimptotă orizontală la $+\infty$.</p>	1p 3p 1p
b)	<p>Funcția $g(x) = \frac{f(x)}{e^x} = \frac{1}{6^x - 1}$,</p> $g'(x) = \frac{-6^x \ln 6}{(6^x - 1)^2}$	2p 3p
c)	<p>$6^x \ln 6 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ Cum $(6^x - 1)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$</p> <p>Rezultă că $g'(x) = \frac{-6^x \ln 6}{(6^x - 1)^2} < 0, \forall x \in \mathbb{R}^*, \Rightarrow$</p> <p>$\Rightarrow g(x)$ descrescătoare pe $\mathbb{R}^*$.</p>	1p 1p 1p 2p
2. a)	<p>$F(x) = \frac{1}{2} \int \frac{2x}{1+x^2} dx = \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + c$</p> <p>$F(0) = \frac{1}{2} \ln 1 + c = 5 \Rightarrow c = 5$</p> <p>O primitivă a funcției este $F(x) = \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + 5$.</p>	2p 2p 1p
b)	<p>$\int_0^1 \frac{1}{x} f(x) dx = \int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx =$</p>	2p 2p

	$= \arctg x \Big _0^1 =$ $= \frac{\pi}{4}$	1p
c)	$\int_0^1 x f'(x) dx = x \cdot f(x) \Big _0^1 - \int_0^1 f(x) dx =$ $= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \ln(1+x^2) \Big _0^1 =$ $= \frac{1}{2} \ln \frac{e}{2}.$	2p 2p 1p