

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**Varianta 7**

Prof: Andrei Lenuța

- ♦ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- ♦ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- ♦ Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$8 = \frac{x-3+x+3}{2}$ $16 = 2x \Rightarrow x = 8$	3p 2p
2.	$f(0) = 0 - 2012 = -2012$, $f(1) = 1 - 2012 = -2011$ $f(2012) = 2012 - 2012 = 0$ $p = 0$	2p 2p 1p
3.	$3^{2x} = 3^{3x-3}$ $2x = 3x - 3$ $x = 3$	1p 2p 2p
4.	p=numărul cazurilor favorabile/numărul cazurilor posibile Avem trei cazuri favorabile și cinci cazuri posibile (prin verificări, se obțin propoziții adevărate pentru $n = 1, 2, 3$) $p = \frac{3}{5}$	1p 2p 2p
5.	$A_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \Delta $, unde $\Delta = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$ $\Delta = \begin{vmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 8$, $A_{\triangle ABC} = 4$	2p 3p
6.	$\sin 70^\circ = \sin(90^\circ - 20^\circ) = \cos 20^\circ$ $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ Ținând cont de relația de mai sus obținem $\cos^2 20^\circ + \sin^2 20^\circ = 1$	2p 1p 2p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.	Folosim relația $x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a}$	2p
a)	$x_1 + x_2 + x_3 = 0$	3p

b)	$x_i \ (i=1,3)$ rădăcină a ecuației $\Rightarrow x_i^3 - 4x_i + 3 = 0 \Rightarrow x_i^3 = 4x_i - 3, i=1,3$ $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 4(x_1 + x_2 + x_3) - 9 = 4 \cdot 0 - 9 = -9$	3p 2p
c)	$d = 3x_1x_2x_3 - (x_1^3 + x_2^3 + x_3^3)$ $x_1x_2x_3 = -3$ $d = 3 \cdot (-3) + 9 = 0$ Obs. Determinantul se poate rezolva ușor folosind proprietățile determinantilor, și anume se adună toate liniile (coloanele) se obține suma rădăcinilor care este egală cu 0 și astfel determinantul este egal cu 0.	3p 1p 1p
2. a)	$A_x \cdot A_y = \begin{pmatrix} 2012^x & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2012^y & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $A_x \cdot A_y = \begin{pmatrix} 2012^x \cdot 2012^y & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2012^{x+y} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = A_{x+y}$	2p 3p
b)	$(M, \cdot)$ grup abelian (comutativ) dacă sunt îndeplinite următoarele axiome asociativitate, comutativitate, element neutru, elemente simetrizabile Asociativitate $(A_x \cdot A_y) \cdot A_z = A_x \cdot (A_y \cdot A_z), \forall A_x, A_y, A_z \in M$ $(A_x \cdot A_y) \cdot A_z = A_{x+y} \cdot A_z = A_{(x+y)+z} = A_{x+(y+z)} = A_x \cdot (A_y \cdot A_z)$ Comutativitate $A_x \cdot A_y = A_y \cdot A_x, \forall A_x, A_y \in M$ $A_x \cdot A_y = A_{x+y} = A_{y+x} = A_y \cdot A_x$ Element neutru $(\exists) A_e \in M$ astfel încât $A_x \cdot A_e = A_x, \forall A_x \in M$ $A_{x+e} = A_x \Rightarrow x + e = x \Rightarrow e = 0$, deci elementul neutru este A_0 Elemente simetrizabile $A_x \cdot A_{x'} = A_e \Rightarrow A_{x+x'} = A_0 \Rightarrow x + x' = 0 \Rightarrow x' = -x$	1p 1p 1p 1p 1p
c)	$f(x+y) = A_{x+y}$ $A_{x+y} = A_x \cdot A_y$ $A_x \cdot A_y = f(x) \cdot f(y)$	2p 2p 1p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	$\left(\frac{1}{x+1}\right)' = -\frac{1}{(x+1)^2}$ $f'(x) = \left(x+1 + \frac{1}{x+1}\right)' = x' + 1' + \left(\frac{1}{x+1}\right)' = 1 - \frac{1}{(x+1)^2}$ $f'(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2}$	2p 2p 1p
b)	Monotonia funcției este dată de semnul derivatei întâi $f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2} = 0 \Rightarrow x^2 + 2x = 0$	1p 1p

	$x_1 = -2, x_2 = 0, f'(x) \geq 0$ pentru $x \in (-\infty, -2] \cup [0, +\infty), f'(x) \leq 0$ pentru $x \in [-2, 0] - \{-1\}$ Pentru $x \in (-\infty, -2] \cup [0, +\infty)$ f este crescătoare, iar pentru $x \in [-2, 0] - \{-1\}$ f este descrescătoare	2p 1p
c)	$l_s(-1) = \lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x < -1}} f(x) = -\infty$ $l_d(-1) = \lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x > -1}} f(x) = +\infty$ Ecuația asimptotei verticale este $x = -1$	2p 2p 1p
2. a)	$\left(\sqrt{x^2 + 5}\right)' = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 5}}$ $\int_0^2 \frac{x}{f(x)} dx = \int_0^2 \frac{x}{\sqrt{x^2 + 5}} dx = \int_0^2 \left(\sqrt{x^2 + 5}\right)' dx = \sqrt{x^2 + 5} \Big _0^2$ $\sqrt{x^2 + 5} \Big _0^2 = 3 - \sqrt{5}$	2p 2p 1p
b)	$V = \pi \int_2^4 f^2(x) dx$ $V = \pi \int_2^4 \left(\sqrt{x^2 + 5}\right)^2 dx = \pi \int_2^4 (x^2 + 5) dx$ $V = \pi \left(\frac{x^3}{3} + 5x \right) \Big _2^4 = \pi \left(\frac{64}{3} + 20 - \frac{8}{3} - 10 \right) = \frac{86\pi}{3}$	1p 2p 2p
c)	$\int_{-2}^2 x\sqrt{x^2 + 5} dx = \int_{-2}^0 x\sqrt{x^2 + 5} dx + \int_0^2 x\sqrt{x^2 + 5} dx$ $\int_{-2}^0 x\sqrt{x^2 + 5} dx = - \int_0^2 x\sqrt{x^2 + 5} dx$ $\int_{-2}^2 x\sqrt{x^2 + 5} dx = \int_{-2}^0 x\sqrt{x^2 + 5} dx + \int_0^2 x\sqrt{x^2 + 5} dx = - \int_0^2 x\sqrt{x^2 + 5} dx + \int_0^2 x\sqrt{x^2 + 5} dx = 0$	2p 2p 1p