BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 8

Prof: Andrei Lenuţa

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$C_5^3 = 10$ $10 - 10 = 0$	3p 2p
2.	$5x+6>0 \Rightarrow x > -\frac{6}{5} \Rightarrow x \in \left(-\frac{6}{5}, +\infty\right)$ $5x+6=36 \Rightarrow x=6$ $6 \in \left(-\frac{6}{5}, +\infty\right)$, deci soluţia ecuaţiei este $x=6$	1p 2p 2p
3.	Ecuaţia are rădăcini reale egale dacă $\Delta = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac = (3m+2)^2 - 4 = 9m^2 + 24m + 4 - 4 = 9m^2 + 24m$ $9m^2 + 24m = 0 \Rightarrow m_1 = -\frac{8}{3}$ şi $m_2 = 0$	1p 2p 2p
4.	Fie x preţul iniţial al produsului, atunci $x - \frac{5}{100}x = 190$ $\frac{95}{100}x = 190$ $x = \frac{190 \cdot 100}{95}$ $x = 200$ lei	2p 1p 1p 1p
5.	$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} \Rightarrow \frac{x-5}{0-5} = \frac{y-4}{2-4}$ $2(x-5) = 5(y-4) \Rightarrow 2x-5y+10=0$	2p 3p
6.	Formula pentru aria triunghiului este $A_{\Delta DEF} = \frac{DE \cdot DF \cdot \sin D}{2}$ $A_{\Delta DEF} = \frac{12 \cdot 6 \cdot \sin 60^0}{2} = 36 \cdot \sin 60^0$ $A_{\Delta DEF} = 36 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 18\sqrt{3}$	2p 1p 2p

www.mateinfo.ro

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$A^2=\begin{pmatrix}1&1\\3&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&1\\3&3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4&4\\12&12\end{pmatrix}$	2p
	$\begin{pmatrix}4&4\\12&12\end{pmatrix}=4\cdot\begin{pmatrix}1&1\\3&3\end{pmatrix}=4A$	3p
b)	$X(a)\cdot X(b)=(aA+I_2)(bA+I_2)=abA^2+aA+bA+I_2$	3p
	Ținând cont că $A^2=4A$	
	$\Rightarrow X(a)\cdot X(b)=4abA+aA+bA+I_2=(4ab+a+b)A+I_2=X(a+b+4ab)$	2p
c)	$X(a)$ inversabilă $X(a)\Leftrightarrow \det(X(a))\neq 0$	1p
	$\det(X(a))=\begin{vmatrix}a+1&a\\3a&3a+1\end{vmatrix}=(a+1)(3a+1)-3a^2$	2p
	$\det(X(a))=3a^2+a+3a+1-3a^2=4a+1\neq 0$, pentru orice $a\in\mathbb{Z}$	2p
2. a)	Aplicăm relaţiile lui Viete $x_1+x_2+x_3=-4$ şi $x_1x_2+x_1x_2+x_2x_3=-10$	1p
	$x_1^2+x_2^2+x_3^2=(x_1+x_2+x_3)^2-2(x_1x_2+x_1x_2+x_2x_3)=(-4)^2-2(-10)$	3p
	$x_1^2+x_2^2+x_3^2=16+20=26$, este o constantă, deci nu depinde de m	1p
b)	$x_i\ (i=\overline{1,3})$ rădăcină a lui $f\Rightarrow f(x_i)=0\Rightarrow x_i^3=-4x_i^2+10x_i-m$	3p
	$\Rightarrow x_1^3+x_2^3+x_3^3=-4(x_1^2+x_2^2+x_3^2)+10(x_1+x_2+x_3)-3m$	
	Înlocuind $x_1+x_2+x_3=-4$ şi $x_1^2+x_2^2+x_3^2=26$ se obţine	2p
	$-144-3m=-9\Rightarrow 3m=-135\Rightarrow m=-4$	
c)	$x_1+x_2+x_3=-4, x_1x_2+x_2x_3+x_3x_2=-10, x_1x_2x_3=-m$	2p
	$d=\begin{vmatrix}x_1+x_2+x_3&x_2&x_3\\x_1+x_2+x_3&x_3&x_1\\x_1+x_2+x_3&x_1&x_2\end{vmatrix}=(x_1+x_2+x_3)\begin{vmatrix}1&x_2&x_3\\1&x_3&x_1\\1&x_1&x_2\end{vmatrix}=$	2p
	$(x_1+x_2+x_3)(x_1x_2+x_1x_3+x_3x_2-x_1^2-x_2^2-x_3^2)$	1p
	$d=-4(-10-26)=-4(-36)=144\in\mathbb{N}$	

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	$f'(x)=\left(\sqrt{x^2+2}\right)'=\frac{\left(x^2+2\right)'}{2\sqrt{x^2+2}}$	3p
	$=\frac{2x}{2\sqrt{x^2+2}}=\frac{x}{\sqrt{x^2+2}}$	2p
b)	$\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=+\infty\Rightarrow$ funcţia nu admite asimptotă orizontală	1p
	$y=mx+n$, $m=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2+2}}{x}=1$	1p

www.mateinfo.ro

	$n=\lim\limits_{x\to\infty}\left(f(x)-mx\right)=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+2}-x\right)\overset{\infty-\infty}{=}\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+2-x^2}{\sqrt{x^2+2}+x}\right)=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2}{\sqrt{x^2+2}+x}\right)=0$ Ecuaţia asimptotei ablice este $y=x$	2p 1p
c)	f convexă dacă $f''(x)\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}$	1p
	$f''(x)=\left(\frac{x}{\sqrt{x^2+2}}\right)''=\frac{x'\sqrt{x^2+2}-x\left(\sqrt{x^2+2}\right)'}{\left(\sqrt{x^2+2}\right)^2}=\frac{\sqrt{x^2+2}-x\cdot\frac{x}{\sqrt{x^2+2}}}{x^2+2}$	2p
	$\frac{x^2+2-x^2}{\left(x^2+2\right)\sqrt{x^2+2}}=\frac{2}{\left(x^2+2\right)\sqrt{x^2+2}}\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}$	2p
2. a)	$\int(x+9)^2\cdot\frac{1}{x+9}dx=\int(x+9)dx$	2p
	$\int xdx+9\int dx=\frac{x^2}{2}+9x+C$	3p
b)	$f_2(x)=\frac{1}{x^2+9}$	1p
	$\int_0^1\frac{x}{x^2+9}dx=\frac{1}{2}\int_0^1\frac{\left(x^2+9\right)'}{x^2+9}dx$	2p
	$=\frac{1}{2}\ln\left(x^2+9\right)\Big\|_0^1$	1p
	$=\frac{1}{2}\left(\ln(1+9)-\ln(0+9)\right)=\frac{1}{2}\ln\frac{10}{9}$	2p
c)	Aria este egală cu $\int_0^1 f_{2012}(x)dx$	1p
	$0\leq x\leq 1\Leftrightarrow 0\leq x^{2012}\leq 1\Leftrightarrow 9\leq x^{2012}+9\leq 10$	2p
	$\Leftrightarrow\frac{1}{10}\leq\frac{1}{x^{2012}+9}\leq\frac{1}{9}\Leftrightarrow\frac{1}{10}\leq f_{2012}(x)\leq\frac{1}{9}\Leftrightarrow$	1p
	$\frac{1}{10}\leq\int_0^1 f_{2012}(x)dx\leq\frac{1}{9}$	1p

www.mateinfo.ro