

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 125

Prof: Oláh Csaba

SUBIECTUL I		(30 de puncte)
1.	$a = 2, b = 3$ $(a \cdot b = 2, a < b \leq 3 \Rightarrow a = 2, b = 3)$	5p
2.	<p>2</p> $(n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 100 + \underset{=3 \cdot 20 + 2}{62} = 3(\underbrace{1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 100 + 20}_{k \in N}) + 2 = 3k + 2$ <p>Dupa teorema împărțirii cu rest, restul la împărțirea lui n la 3 este 2)</p>	5p
3.	<p>1</p> $(2012 \cdot 101 - 100 \cdot 2012 - 2011 = 2012 \cdot \underbrace{(101 - 100)}_{=1} - 2011 = 1)$	5p
4.	$\frac{20}{3} cm$ $(5 = l = \frac{B+b}{2} = \frac{B + \frac{B}{2}}{2} = \frac{3B}{4} \Rightarrow B = \frac{4 \cdot 5}{3} = \frac{20}{3} cm - \text{lungimea bazei mari})$	5p
5.	<p>8</p> $(x + x + 1 + x + 2 = 24 \Rightarrow 3x + 3 = 24 \Rightarrow 3x = 21 \Rightarrow x = 7, \text{ al doilea număr } 7 + 1 = 8)$	5p
6.	$a > b$ $(a = 2^7 - 2 = 126, b = 3 + 9 + 27 + 81 = 120 \Rightarrow a > b)$	5p
SUBIECTUL II		(30 de puncte)
1.	<p>Latura acestui cub va avea lungimea $c.m.m.c.[12, 16, 18] = 144$, pentru că</p> $12 = 2^2 \cdot 3, 16 = 2^4, 18 = 2 \cdot 3^2, [12, 16, 18] = 2^4 \cdot 3^2 = 144.$	<p>2p</p> <p>3p</p>

2.	<p>Simplificând cu 2 în b se obține $b = \frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{1023}{1024}$,</p> $\frac{a+b}{2} = \frac{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{1024} + \frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{1023}{1024}}{2} =$ $\frac{1 + \underbrace{\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right)}_{=1} + \underbrace{\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4}\right)}_{=1} + \dots + \underbrace{\left(\frac{1}{1024} + \frac{1023}{1024}\right)}_{=1}}{2} = \frac{1 + 10 \cdot 1}{2} = \frac{11}{2} = 5,5.$	1p 2p 2p
3.	$\frac{m(A)}{3} = \frac{m(B)}{4} = \frac{m(C)}{5} = \frac{m(A) + m(B) + m(C)}{3 + 4 + 5} = \frac{180^\circ}{12} = 15^\circ$ $\begin{cases} \frac{m(A)}{3} = 15^\circ \Rightarrow m(A) = 45^\circ \\ \frac{m(B)}{4} = 15^\circ \Rightarrow m(B) = 60^\circ . \\ \frac{m(C)}{5} = 15^\circ \Rightarrow m(C) = 75^\circ \end{cases}$	2p 1p 1p 1p
4.	<p>a) $2^x \leq 32 \Leftrightarrow 2^x \leq 2^5, x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\} \Rightarrow A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$</p> <p>$3y + 1 < 14 \Rightarrow y < \frac{13}{3} \Rightarrow y \in \{0, 1, 2, 3, 4\} \Rightarrow B = \{0, 1, 2, 3, 4\}.$</p>	2p 3p
	<p>b) $A \setminus B = \{5\}, B \setminus A = \emptyset \Rightarrow$</p> <p>$\Rightarrow A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) = \{5\} \cup \emptyset = \{5\}.$</p>	3p 2p
5	<p>Desenează trapezul</p> <p>Notează trapezul.</p>	3p 2p
SUBIECTUL III		(30 de puncte)
1.	<p>a) dacă R e mijlocul muchiei $A'B'$, atunci lungimea drumului furnicii este</p> $AR + RC' = 2AR = 2\sqrt{\frac{12^2}{4} + 6^2} = 2\sqrt{5 \cdot 6^2} = 12\sqrt{5}cm.$	5p

	<p>b) $AB \perp (BCC'B'), C'B \in (BCC'B') \Rightarrow C'B \perp AB$, de unde rezultă că</p> <p>$d(C', AB) = C'B = \sqrt{12^2 + 12^2} = 12\sqrt{2} \text{ cm}.$</p>	<p>2p</p> <p>3p</p>
	<p>c) $MN = \sqrt{MB'^2 + B'N^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$</p> <p>$NP = \sqrt{NB^2 + BP^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$</p> <p>$[C'MNPA] = C'M + MN + NP + PA = 9 + 5 + 10 + 6 = 30 \text{ cm}$</p> <p>$AR + RC' = 12\sqrt{5} \text{ cm} \approx 26,83 \text{ cm}$</p> <p>$30 - 12\sqrt{5} \approx 30 - 26,83 = 3,17$ -aproximativ, cu atât e mai lung drumul frunicii înapoi, față de drumul din a).</p>	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>2p</p> <p>1p</p>
2.	<p>a) $\frac{x^4 + x^2 + 1}{x^2 + x + 1} = \frac{\frac{=(x^2+1)^2}{x^4 + 2x^2 + 1 - x^2}}{x^2 + x + 1} = \frac{(x^2 + 1)^2 - x^2}{x^2 + x + 1} = \frac{(x^2 + 1 +)(x^2 + 1 - x)}{x^2 + x + 1} =$</p> <p>$= x^2 - x + 1$</p> <p>$\frac{x^4 - x^2}{x(x+1)} + 1 = \frac{x^2(x^2 - 1)}{x(x+1)} + 1 = \frac{x^2(x-1)(x+1)}{x(x+1)} + 1 = x(x-1) + 1 = x^2 - x + 1$</p> <p>$E(x) = x^2 - x + 1 + \frac{1}{x^2 - x + 1} \cdot (x^2 - x + 1) = x^2 - x + 1 + 1 = x^2 - x + 2.$</p>	<p>1p</p> <p>2p</p> <p>2p</p>
	<p>b) $E(6) = 6^2 - 6 + 2 = 36 - 4 = 32$</p>	<p>5p</p>
	<p>c) $E(x) = x^2 - x + 2, x \in N, \min_{x \in R} E(x) = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{-7}{4} = \frac{7}{4} > 0 \Rightarrow$</p> <p>$\Rightarrow E(x) \in N, x \in N.$</p>	<p>3p</p> <p>2p</p>