

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 126

Prof: Oláh Csaba

SUBIECTUL I		(30 de puncte)
1.	$a > b$ $(a = 3^{2^3} = 3^8 = 81 \cdot 81 = 6561, b = 2^{3^2} = 2^9 = 512 \Rightarrow a > b)$	5p
2.	25 $(\frac{1}{4} \cdot (2 \cdot \frac{250}{5}) = 25)$	5p
3.	3 și 8	5p
4.	$x = 6$ $(x + x + 1 + x + 2 + \dots + x + 9 = 105 \Rightarrow 10x + \underbrace{1 + 2 + \dots + 9}_{=45} = 105 \Rightarrow x = 6)$	5p
5.	69 pagini $(9 \text{ pagini cu o cifră}, 129 - 9 = 120, 120 : 2 = 60 \text{ pagini cu } 2 \text{ cifre} \Rightarrow 69 \text{ pagini})$	5p
6.	$BC = 12cm$ $(\text{Lungimea ipotenuzei este dublu față de lungimea catetei opuse unghiului de } 30^\circ \Rightarrow BC = 2 \cdot 6 = 12cm)$	5p
SUBIECTUL II		(30 de puncte)
1.	$\frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}, \frac{1}{(x+1)(x+2)} = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}, \dots$ $E(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} + \dots + \frac{1}{x+9} - \frac{1}{x+10} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+10} =$ $= \frac{10}{x(x+10)}.$	<p>3p</p> <p>2p</p>
2.	Fie m -numărul marinarilor de pe vapor, atunci	

	$60 \cdot m = (m + 30) \cdot 50 \Rightarrow 60m = 50m + 1500 \Rightarrow 10m = 1500 \Rightarrow m = 150$ <p>Numărul persoanelor de pe vapor : $150 + 30 = 180$.</p>	<p>3p</p> <p>2p</p>
3.	$\frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}} = \sqrt{x+1} - \sqrt{x} \Rightarrow E(x) = \sqrt{x+1} + \sqrt{x} + \sqrt{x+1} - \sqrt{x} = 2\sqrt{x+1}$ <p>În mod similar $a = 2 \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2})^2 = 2 \cdot (2\sqrt{3})^2 = 2 \cdot 12 = 24$</p> <p>$E(a) = E(24) = 2\sqrt{24+1} = 10$.</p>	<p>2p</p> <p>1p</p> <p>2p</p>
4.	<p>a) analizând datele problemei în sistemul cartezian se observă, că graficul funcției intersectează axele în $B(2,0)$ și $C(0,2)$</p> <p>$f(x) = ax + b$, $f(2) = 0 \Rightarrow 2a + b = 0$, $f(0) = 2 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow$ $\Rightarrow 2a = -2$, adică $a = -1$</p> <p>$f(x) = -x + 2$.</p>	<p>1p</p> <p>2p</p> <p>2p</p>
	<p>b) folosind notațiile din a) se observă că triunghiul OAC este dreptunghic și isoscel în A, atunci $A_{OAC} = \frac{OA \cdot AC}{2} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = 1$.</p>	<p>3p</p> <p>2p</p>
5	<p>Se poate observa că $AB = AC + CB \Rightarrow C \in (AB)$ -punctele A, B și C sunt coliniare $\Rightarrow$</p> <p>$\Rightarrow A_{ABC} = 0$.</p>	<p>3p</p> <p>2p</p>
SUBIECTUL III		(30 de puncte)
1.	<p>a) $\frac{2x+5}{x-2} = \frac{\overset{=0}{2x-4+4+5}}{x-2} = \frac{\overset{=2(x-2)}{2x-4}}{x-2} + \frac{9}{x-2} = 2 + \frac{9}{x-2} \in \mathbb{Z} \Rightarrow$</p> <p>$\frac{9}{x-2} \in \mathbb{Z}$, $D_9 = \{-9, -3, -1, 1, 3, 9\} \Rightarrow x-2 \in \{-9, -3, -1, 1, 3, 9\}$,</p> <p>$x \in \{-7, -1, 1, 3, 5, 11\} \cap \mathbb{N} \Rightarrow x \in \{1, 3, 5, 11\}$.</p>	<p>1p</p> <p>2p</p> <p>2p</p>

	<p>b) $\frac{5x-2}{3x+1} \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{3 \cdot (5x-2)}{3x+1} \in \mathbb{Z}$</p> $\frac{3 \cdot (5x-2)}{3x+1} = \frac{15x-6 \overset{=0}{-5+5}}{3x+1} = \frac{15x+5 \overset{=5(3x+1)}{}}{3x+1} - \frac{11}{3x+1} = 5 - \frac{11}{3x+1} \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ $\Rightarrow \frac{11}{3x+1} \in \mathbb{Z}, D_{11} = \{-11, -1, 1, 11\} \Rightarrow 3x+1 \in \{-11, -1, 1, 11\},$ $x \in \left\{-4, -\frac{2}{3}, 0, \frac{10}{3}\right\} \cap N = \{0\}.$	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>2p</p> <p>1p</p>
	<p>c) probabilitatea ca alegând un element din A, acesta să fie și în B, înseamnă:</p> <p>probabilitatea ca alegând un element din A, acesta să fie în $A \cap B$</p> <p>cum $A \cap B = \emptyset$, probabilitatea este zero : $p = 0$.</p>	<p>2p</p> <p>3p</p>
2.	<p>a) triunghiul $B'C'M$ este dreptunghic în B', $MC' = 2MB' \Rightarrow m(B'CM') = 30^\circ$</p> $\operatorname{tg}(B'CM') = \frac{x}{B'C'} \Rightarrow B'C' = \frac{x}{\operatorname{tg}(B'CM')} = \frac{2\sqrt{3}}{\operatorname{tg}30^\circ} = \frac{2\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = 6\text{cm}.$	<p>2p</p> <p>3p</p>
	<p>b) triunghiul MBD este dreptunghic în B ($MB \perp (ABCD)$),</p> <p>$MB = BB' - B'M = (6 - 2\sqrt{3})\text{cm}$, $BD = 6\sqrt{2}\text{cm}$ (diagonala pătratului $ABCD$)</p> <p>Scriem teorema lui <i>Pitagora</i> în triunghiul MBD:</p> $MD^2 = MB^2 + BD^2 = (6 - 2\sqrt{3})^2 + (6\sqrt{2})^2 = 36 - 24\sqrt{3} + 12 + 72 =$ $= 120 - 24\sqrt{3} = 24(5 - \sqrt{3})\text{cm}.$	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>3p</p>
	<p>c) $V_{[BMC'D']} = V_{[BB'C'D']} - V_{[MB'C'D']} = \frac{A_{B'C'D'} \cdot BB'}{3} - \frac{A_{B'C'D'} \cdot MB'}{3} =$</p> $= \frac{A_{B'C'D'}}{3} (BB' - MB') = \frac{6^2}{3} (6 - 2\sqrt{3}) = 6(6 - 2\sqrt{3}) = 12(3 - \sqrt{3})\text{cm}^3$	<p>1p</p> <p>2p</p>

	$V_{[ABCD A' B' C' D']} = AB^3 = 6^3 = 216 cm^3$ $\frac{V_{[BMC' D']}}{V_{[ABCD A' B' C' D']}} = \frac{12(3-\sqrt{3})}{216} = \frac{3-\sqrt{3}}{18}.$	2p
--	---	----

www.mateinfo.ro