

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE
Varianta 100

Prof: Badea Daniela

- ◆ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- ◆ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- ◆ Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$a_6 + a_{12} + a_{22} + a_{42} = 40 \Leftrightarrow 4a_1 + 78r = 40 \Leftrightarrow 2a_1 + 39r = 20$ $\Rightarrow S_{40} = \frac{(2a_1 + 39r) \cdot 40}{2} = 400$	3p 2p
2.	$2[x]^2 - 3[x] + 1 = 0$ notăm $[x] = a \Rightarrow 2a^2 - 3a + 1 = 0 \Rightarrow a_1 = \frac{1}{2}, a_2 = 1$ $[x] = \frac{1}{2} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow$ nu are soluții $[x] = 1 \Leftrightarrow 1 \leq x < 2 \Leftrightarrow x \in [1, 2)$	1p 2p 1p 1p
3.	$A(0, -1) \in G_f \Rightarrow f(0) = 1 \Rightarrow c = -1$ $-\frac{b}{2a} = \frac{1}{2}; -\frac{\Delta}{4a} = \frac{3}{4}; a < 0$ $\Rightarrow a = -1; b = 1; c = -1 \Rightarrow f(x) = -x^2 + x - 1$	1p 2p 2p
4.	$4^n = 2^n + 992$ $2^n = t \Rightarrow t^2 - t - 992 = 0 \Rightarrow t_1 = 32 \text{ și } t_2 = -31 < 0$ $2^n = 32 \Leftrightarrow n = 5$	1p 2p 2p
5.	$A(3, 1); B(1, -3); C(1, 0)$ $\overrightarrow{CA} = 2\vec{i} + \vec{j}; \overrightarrow{CB} = -3\vec{j}$ $\cos C = \frac{-2}{\sqrt{5}} < 0 \Rightarrow C \text{ obtuz}$	1p 2p 2p
6.	$\sin x = \frac{5}{13}$ $\cos x = \frac{12}{13}$ $E = \frac{104}{29}$	2p 2p 1p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$\det A_1 = 1 \neq 0 \Rightarrow A_1$ inversabilă $A_1^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	1p
b)	$A_x^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ x & 0 & 0 \\ 0 & x & 0 \end{pmatrix} = B; \quad A_x^3 = \begin{pmatrix} x & 0 & 0 \\ 0 & x & 0 \\ 0 & 0 & x \end{pmatrix} = x \cdot I_3$ $\Rightarrow A_x^4 = x \cdot A_x; \quad A_x^5 = x \cdot B; \quad A_x^6 = x^2 \cdot I_3$ $\text{prin inducție} \Rightarrow A_x^{3p} = x^p \cdot I_3; \quad A_x^{3p+1} = x^p \cdot A_x; \quad A_x^{3p+2} = x^p \cdot B$	4p 2p 1p 1p
c)	$I_3 + A_x + B = \begin{pmatrix} x & 1 & 1 \\ x & x & 1 \\ x & x & x \end{pmatrix} = C \Rightarrow$ $B_{3p} = x^p \cdot C; B_{3p+1} = x^p \cdot C; B_{3p+2} = x^p \cdot \begin{pmatrix} x & x & 1 \\ x & x & x \\ x & x & x \end{pmatrix}$ $\det C = x(x-1)^2; \quad \det B_{3p} = x^{3p+1}(x-1)^2$ $\det B_{3p+1} = x^{3p+1}(x-1)^2; \quad \det B_{3p+2} = x^{3p+2}(x-1)^2$ $\text{Matricele } B_n \text{ sunt inversabile} \Leftrightarrow x \neq 0 \text{ și } x \neq 1$	1p 2p 1p 1p 1p
2. a)	$f(x) = (x-1)(x-2)c(x) + r(x), \quad r = ax + b$ $x=1 \Rightarrow a+b=4$ $x=2 \Rightarrow 2a+b=8$ $\Rightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=0 \end{cases} \Rightarrow r=4x$	2p 1p 1p 1p
b)	$f(3) = 5^{2012} + 13$ $5^{2012} = (5^2)^{1006} = (26-1)^{1006} = \sum_{k=0}^{1005} C_{1006}^k 26^{1006-k} (-1)^k + 1 = a+1 \text{ unde } a:13$ $\Rightarrow r=1$	1p 3p 1p
c)	$s = \sum_{k=3}^n k^2 - 3 \sum_{k=3}^n k + 2(n-2)$ $\text{Calculul fiecărei sume}$ $s = \frac{n(n-1)(n-2)}{3}$	1p 2p 2p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \Rightarrow f$ nu are asimptotă orizontală $m = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$ $n = \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x] = -\frac{1}{3}$ $\Rightarrow d: y = x - \frac{1}{3}$ asimptotă oblică spre $-\infty$	1p 1p 2p 1p
b)	f continuă pe $\mathbb{R}$ f derivabilă pe $\mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$ $f'_s(0) = \infty, f'_d(0) = -\infty \Rightarrow f$ nu e derivabilă în 0 $f'_s(1) = f'_d(1) = \infty \Rightarrow f$ nu e derivabilă în 1	1p 2p 1p 1p
c)	$x_1 = 0$ - punct de întoarcere și punct de maxim local $x_2 = 1$ - punct de inflexiune	3p 2p
2. a)	$f(x) \leq 0 \ (x) \in [0, 1] \Rightarrow A = -\int_0^1 f(x) dx$ Se aplică de două ori integrarea prin părți $A = e$	2p 3p 1p
b)	F derivabilă pe $\mathbb{R}$ și $F'(x) = e^x(x^2 - 2)$ $F'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$ $-\sqrt{2}$ maxim local, $\sqrt{2}$ minim local.	2p 1p 2p
c)	$F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, primitivă pentru $f \Rightarrow$ $\Rightarrow F$ derivabilă pe $\mathbb{R}$ și $F'(x) = f(x), (\forall) x \in \mathbb{R}$ $\Rightarrow L = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{F(\sin x) - F(0)}{\sin x} =$ $\stackrel{l'H}{=} \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{F'(\sin x) \cdot (\sin x)'}{(\sin x)'} =$ $= \lim_{x \rightarrow \pi} f(\sin x) = -2$	1p 1p 1p 2p