

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 14

Prof: Brabeceanu Silvia

- ◆ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- ◆ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- ◆ Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$z = \frac{3-2i}{1+i} + \frac{2+3i}{2-i} = \frac{5-25i+2+16i}{10}$ $z = \frac{7}{10} - \frac{9}{10}i \Rightarrow \bar{z} = \frac{7}{10} + \frac{9}{10}i$	3p 2p
2.	$f(1) + f(2) + \dots + f(8) = \frac{2(2^8-1)}{2-1} + \frac{(1+8)8}{2}$ $f(1) + f(2) + \dots + f(8) = 512 + 34 = 546$	3p 2p
3.	<p>Baza subunitară $\Rightarrow 7 + 5x < x^2 + 1$</p> $x^2 - 5x - 6 > 0$ $x \in (-\infty, -1) \cup (6, \infty) \text{ și } x \in \left[\frac{-5}{7}, \infty \right) \Rightarrow x \in (6, \infty)$	1p 1p 3p
4.	<p>Pentru $n \in \{1, 4, 5, 6, 7\}$ inegalitatea este verificată</p> $\text{Probabilitatea} = \frac{\text{cazuri favorabile}}{\text{cazuri posibile}} = \frac{5}{7}$	4p 1p
5.	$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = -2\vec{i} + 2\vec{j}$ $2\overrightarrow{AC} = -4\vec{i} + 4\vec{j}$	2p 2p 1p
6.	$\sin 75^\circ + \cos 75^\circ - a = \sin 75^\circ - \sin 15^\circ + \cos 75^\circ + \cos 15^\circ$ $\sin 75^\circ - \sin 15^\circ = 2 \sin 30^\circ \cos 45^\circ$	1p 1p

$\cos 75^0 + \cos 15^0 = 2 \cos 45^0 \cos 30^0$	1p
$\sin 75^0 + \cos 75^0 - a = 2 \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$	2p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 1 & -3 & 2 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 1 & -3 & 2 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix} = O_3$	5p
b)	$A^n = O_3, n \geq 2$ $M = 2 \cdot A + 2^2 \cdot A^2 + \dots + 2^{2014} \cdot A^{2014} = 2A = 2 \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 1 & -3 & 2 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$	3p 2p
c)	$X(m) \cdot X(n) = (mA + I_3)(nA + I_3) = mA + nA + I_3 = (m+n)A + I_3 = X(m+n)$ $X(m)$ este inversabilă $\Leftrightarrow \det(X(m)) \neq 0$ $\det(X(m)) = m \begin{vmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 1 & -3 & 2 \\ 1 & -3 & 2 \end{vmatrix} + I_3 = \begin{vmatrix} m+1 & -3m & 2m \\ m & -3m+1 & 2m \\ m & -3m & 2m+1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} m+1 & -3m & 1 \\ m & -3m+1 & 1 \\ m & -3m & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} m+1 & -3m & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 1$	1p 1p 3p
2. a)	$f(1) = -a + 3$ $f(-1) = -a - 5$ $f(1) - f(-1) = -a + 3 + a + 5 = 8$	2p 2p 1p
b)	$f(-1) = 3$ $f(1) = -a + 3$ $f(1) - f(-1) = 8 \Rightarrow 3 - a - 3 = 8 \Rightarrow a = -8$ $f(1) = -a + 3 \Rightarrow f(1) = 11 \Rightarrow$ restul este 11	1p 1p 2p 1p
c)	Relațiile lui Viète $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = (x_1 + x_2 + x_3)^2 - 2(x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3) = a^2 - 6$	2p 2p

	$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 10 \Rightarrow a^2 - 6 = 10 \Rightarrow a = \pm 4$	1p
--	---	----

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	$x = 0$ asimptotă verticală spre $+\infty$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-1}{\sqrt{x}} = \infty \Rightarrow \nexists$ asimptotă orizontală $m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = 0 \Rightarrow \nexists$ asimptotă oblică	1p 2p 2p
b)	Derivata de ordin I - $F'(x)$ Derivata de ordin II - $F''(x)$ Prin identificare din $F''(x) = f(x) \Rightarrow a = \frac{2}{3}, b = -2$	1p 2p 2p
c)	$f'(x) = \frac{x+1}{2x\sqrt{x}}$ $f''(x) = \frac{-x-3}{4x^2\sqrt{x}}$ $x^2 \cdot f''(x) + x \cdot f'(x) = \sqrt{x} - 1 \Rightarrow 4\sqrt{x} = 3x + 1 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = \frac{1}{9}$	1p 1p 3p
2. a)	$I_1 = \int_0^1 \frac{x}{x+1} dx = 1 - \ln 2$ $I_2 = \int_0^1 \frac{x^2}{x+1} dx = \left[\frac{x^2}{2} - x + \ln(1+x) \right]_0^1 = -\frac{1}{2} + \ln 2$	2p 3p
b)	$I_{n+1} + I_n = \int_0^1 \frac{x^{n+1} + x^n}{x+1} dx$ $I_{n+1} + I_n = \frac{x^{n+1}}{n+1} \Big _0^1 = \frac{1}{n+1}$	3p 2p

c)	$nI_n = n \int_0^1 x^{n-1} \frac{x^n}{x+1} dx = n \left[\frac{x^n}{n} \cdot \frac{x}{x+1} \right]_0^1 - \frac{1}{n} \int_0^1 \frac{x^n}{(x+1)^2} dx$	4p
	$nI_n = n \cdot \frac{1}{2n} - \int_0^1 \frac{x^n}{(1+x)^2} dx = \frac{1}{2} - \int_0^1 \frac{x^n}{(1+x)^2} dx$	1p