

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**Varianta 41**

Prof. Lămătic Lidia Carmen

- ◆ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- ◆ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- ◆ Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$a_2 + a_3 = a_1 q(1 + q) = 4$, $a_4 + a_5 = a_1 q^3(1 + q) = 36$ $q^2 = 9 \Rightarrow q = 1$	2p 3p
2.	$G_f \cap O_x : f(x) = 0 \Rightarrow x = 1$ $A(1, 0)$ $G_f \cap O_y : f(0) = 4$ $B(0, 4)$	2p 1p 1p 1p
3.	$x^2 - 1 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ $x(x^2 - 4x + 3) = 0$ $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 3.$	1p 1p 2p
4.	<p>Numerele de trei cifre distincte care au suma cifrelor egală cu 5 sunt: 104, 140, 203, 230, 302, 320, 401, 410 $\Rightarrow$ 8 cazuri favorabile</p> <p>Numărul de numere naturale de trei cifre distincte este $A_{10}^3 - A_9^2 = 648 \Rightarrow$ 648 cazuri posibile</p> $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{1}{81}$	2p 2p 1p
5.	$\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\ \vec{u}\ \cdot \ \vec{v}\ } = \frac{-3 + a}{\sqrt{2(9 + a^2)}}$	2p 3p

	$m(\vec{u}, \vec{v}) < 90^\circ \Leftrightarrow \cos(\vec{u}, \vec{v}) > 0 \Rightarrow -3 + a > 0 \Rightarrow a > 3$	
6.	$\sqrt{2} \left(\cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8} \right) = \sqrt{2} \cos 2 \frac{\pi}{8} = \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4}$	2p
	$\sqrt{2} \frac{\sqrt{2}}{2} = 1$	3p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$\det(A) = (m-1)^2(m+2)$ Sistem compatibil determinat $\Leftrightarrow \det(A) \neq 0$ $m \in \mathbb{R} - \{-2, 1\}$	2p 2p 1p
b)	$\Delta x = 3(m-3)(m-1), \Delta y = 5(m-1)^2, \Delta z = (7m-1)(m-1)$ $x = \frac{3(m-3)}{(m-1)(m+2)}, y = \frac{5}{(m+2)}, z = \frac{7m-1}{(m-1)(m+2)}$	3p 2p
c)	(x_0, y_0, z_0) progresie aritmetică cu rația 2 $\Leftrightarrow (y_0 - 2, y_0, y_0 + 2)$ soluția sistemului $\begin{cases} m(y_0 - 2) + y_0 + (y_0 + 2) = 3 \\ (y_0 - 2) + my_0 + (y_0 + 2) = 5 \\ (y_0 - 2) + y_0 + m(y_0 + 2) = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+2)y_0 + 2(1-m) = 3 \\ (m+2)y_0 = 5 \\ (m+2)y_0 - 2(1-m) = 7 \end{cases}$ $2(1-m) = -2 \Rightarrow m = 2$	1p 2p 2p
2. a)	$x, y \in I_a \Leftrightarrow x - a > 0, y - a > 0 \Rightarrow (x - a)(y - a) > 0$ $x \circ y \in I_a \Leftrightarrow x \circ y - a > 0$ $x \circ y = x(y-2) - 2(y-2) + 2 \Rightarrow x \circ y - 2 > 0$ $a = 2$	1p 1p 2p 1p
b)	$x \circ e = x \Rightarrow (x-2)(e-3) = 0 \Rightarrow e = 3$	2p

	$x \circ x' = 3 \Rightarrow (x-2)(x'-2) + 2 = 3 \Rightarrow x' = 2 + \frac{1}{x-2}$ $x = 2014 \Rightarrow x' = \frac{4025}{2012}$	2p 1p
c)	<p>f este bijectivă deoarece este de funcție gradul I</p> $f(xy) = xy + 2$ $f(x) \circ f(y) = (f(x)-2)(f(y)-2) + 2 = xy + 2$ $f(xy) = f(x) \circ f(y)$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1.	Nu există asimptote orizontale sau oblice	1p
a)	$\lim_{\substack{x \rightarrow a \\ x < a}} f(x) = \infty \Rightarrow x = a \text{ asimptotă verticală la stânga}$ $\lim_{\substack{x \rightarrow -a \\ x > -a}} f(x) = -\infty \Rightarrow x = -a \text{ asimptotă verticală la dreapta}$	2p 2p
b)	$f'(x) = \frac{1}{a+x} + \frac{1}{a-x} = \frac{2a}{a^2 - x^2}$ $f'(x) > 0, x \in (-a, a) \Rightarrow f \text{ strict crescătoare pe } (-a, a) \Rightarrow f \text{ injectivă}$ <p>Deoarece $f(0) = 0 \Rightarrow x = 0$ soluție unică.</p>	2p 2p 1p
c)	$f''(x) = \frac{-1}{(a+x)^2} + \frac{1}{(a-x)^2} = \frac{4ax}{(a^2 - x^2)^2}$ $f''(x) = 0 \Rightarrow x = 0$ $f''(x) > 0, \forall x \in (0, a) \Rightarrow f \text{ convexă pe } (0, a), f''(x) < 0, \forall x \in (-a, 0) \Rightarrow f \text{ concavă pe } (-a, 0)$	2p 1p 2p
2.	f continuă, admite primitive	1p
a)	<p>Fie F o primitivă $F'(x) = f(x) \Rightarrow F''(x) = f'(x)$</p> $f'(x) = 2e^{2x} > 0, \forall x \in \mathbb{R}, \text{ deci } F \text{ este convexă pe } \mathbb{R}$	2p 2p

b)	$\int_0^1 xf(x)dx = \int_0^1 xe^{2x}dx = \frac{xe^{2x}}{2} \Big _0^1 - \frac{e^{2x}}{4} \Big _0^1 =$ $= \frac{e^2 + 1}{4}$	3p 2p
c)	$g(x) = x - 2$ $V = \pi \int_{-1}^1 g^2(x)dx = \pi \int_{-1}^1 (x^2 - 4x + 4)dx$ $V = \pi \left(\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 4x \right) \Big _{-1}^1 = \frac{26}{3} \pi$	1p 2p 2p