

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**Varianta 42**

Prof: Marcu Ștefan Florin

- ◆ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- ◆ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- ◆ Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	<p>Știm că $b_4 = b_1 \cdot q^3$, deci $q = 3$</p> <p>Atunci $S_6 = b_1 \cdot \frac{q^6 - 1}{q - 1} = 728$</p>	<p>3p</p> <p>2p</p>
2.	<p>$f(x) = y$</p> <p>$x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = -2$</p> <p>Punctele căutate sunt : $A(3, 14)$ și $B(-2, 4)$</p>	<p>1p</p> <p>2p</p> <p>2p</p>
3.	<p>$4 = 2^2$</p> <p>$2^{x-4} = 2^{2x-4}$</p> <p>$x = 0$</p>	<p>1p</p> <p>2p</p> <p>2p</p>
4.	<p>Cifrele impare sunt : 1,3,5,7,9</p> <p>Numarul căutat este : $A_5^4 = 120$</p>	<p>2p</p> <p>3p</p>
5.	<p>$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{BC} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$</p> <p>$AB = \sqrt{2}, AC = 5, BC = \sqrt{13} \Rightarrow P = 5 + \sqrt{2} + \sqrt{13}$</p>	<p>2p</p> <p>3p</p>
6.	<p>Din teorema cosinusului avem : $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A$</p> <p>$36 = 16 + 25 - 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \cos A$</p>	<p>2p</p> <p>1p</p>

	$\cos A = \frac{1}{8}$	2p
--	------------------------	----

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$A(x) + A(-x) = \begin{pmatrix} x & 1 & -1 \\ -1 & x & 2 \\ 1 & -2 & x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -x & 1 & -1 \\ -1 & -x & 2 \\ 1 & -2 & -x \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} 0 & 2 & -2 \\ -2 & 0 & 4 \\ 2 & -4 & 0 \end{pmatrix}$ $\det(A(x) + A(-x)) = 0$	2p 2p 1p
b)	$\det A(x) = \begin{vmatrix} x & 1 & -1 \\ -1 & x & 2 \\ 1 & -2 & x \end{vmatrix} = x^3 + 6x$ $\det(A(x)) = 0 \Leftrightarrow x(x^2 + 6) = 0 \Leftrightarrow x = 0$	3p 2p
c)	$A(x) \cdot A(-x) = \begin{pmatrix} x & 1 & -1 \\ -1 & x & 2 \\ 1 & -2 & x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -x & 1 & -1 \\ -1 & -x & 2 \\ 1 & -2 & -x \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} -x^2 - 2 & 2 & 2 \\ 2 & -x^2 - 5 & 1 \\ 2 & 1 & -x^2 - 5 \end{pmatrix}$ <p>Suma cerută este $-3x^2 - 12 < 0$</p>	1p 2p 2p
2. a)	$(x+5)(y+5) - 5 =$ $= xy + 5x + 5y + 25 - 5 =$ $= x \circ y$	1p 3p 1p
b)	$x \circ e = e \circ x = x, \forall x \in R$ $(x+5)(e+5) - 5 = x \Rightarrow e+5 = 1 \Rightarrow e = -4$	3p 2p

c)	$\underbrace{x \circ x \circ \dots \circ x}_{2014\text{-ori}} = (x+5)^{2014} - 5$	2p
	$(x+5)^{2014} = x+5 \Rightarrow x+5=0, x+5=1$	2p
	$x = -5, x = -4$	1p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	$f'(x) = 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$	2p
	$f'(x) = \frac{x + \sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}}$	2p
	$f'(x) = \frac{f(x)}{\sqrt{x^2+1}}, (\forall)x \in \mathbb{R}$	1p
b)	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{x^2+1}) =$	1p
	$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x + \sqrt{x^2+1})(x - \sqrt{x^2+1})}{x - \sqrt{x^2+1}} =$	1p
	$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - x^2 - 1}{x - \sqrt{x^2+1}} = 0$	1p
	Dreapta $y = 0$ este asimptotă orizontală spre $-\infty$.	2p
c)	Vom arăta că $f'(x) > 0 \quad (\forall)x \in \mathbb{R}$	1p
	Dacă $x \geq 0 \Rightarrow x + \sqrt{x^2+1} > 0$ evident.	1p
	Dacă $x < 0 \Rightarrow x + \sqrt{x^2+1} > 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2+1} > -x \Leftrightarrow$	1p
	$\Leftrightarrow x^2 + 1 > x^2, (\forall)x \in \mathbb{R} \text{ (adevărat)}.$	2p
2. a)	$I_1 = \int_0^1 x \cdot e^x dx = \int_0^1 x \cdot (e^x)' dx =$	2p

	$= (x-1) \cdot e^x \Big _0^1 =$ $= 1$	2p 1p
b)	$I_{n+1} = \int_0^1 x^{n+1} \cdot e^x dx, n \in \mathbb{N}$ <p>Dar $x \in (0,1) \Rightarrow x^{n+1} < x^n \Rightarrow I_{n+1} < I_n$</p> <p>Deci șirul $(I_n)_{n \in \mathbb{N}}$ este strict descrescător .</p>	1p 2p 2p
c)	$I_n = \int_0^1 x^n \cdot (e^x)' dx =$ $= x^n \cdot e^x \Big _0^1 - n \cdot \int_0^1 x^{n-1} \cdot e^x dx =$ $= e - n \cdot I_{n-1} , \text{ de unde rezultă relația cerută .}$	2p 2p 1p