BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 44

Prof: Marcu Ștefan Florin

- Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	Se observă că avem o sumă de 7 termeni în progresie geometrică cu raţia $q=-\frac{1}{3}$ Atunci $S=\frac{3}{4}(1+\frac{1}{3^7})$	3p 2p
2.	$f(0)=1, g(0)=3$ $f(g(0))=f(3)=7, g(f(0))=g(1)=4$ $f(g(0))-g(f(0))=3$	1p 2p 2p
3.	$x\geq 3$ $x^2+1=(x-3)^2$ $6x=8\Rightarrow x=\frac{4}{3}\Rightarrow$ Ecuaţia nu are soluţii reale .	1p 2p 2p
4.	Cifrele pare nenule sunt 2,4,6,8 Numărul cerut este $A_4^3=24$	2p 3p
5.	$x\cdot\vec{u}+y\cdot\vec{v}=(x+y)\cdot\vec{i}+(x-y)\cdot\vec{j}$ Atunci $x+y=5, x-y=-1\Rightarrow x=2, y=3$	2p 3p
6.	$\sin^2 x+\cos^2 x=1\Rightarrow \cos x=\frac{2\sqrt{2}}{3}$	2p

www.mateinfo.ro

	$\sin 2x = 2\sin x \cdot \cos x$ $\sin 2x = \frac{4\sqrt{2}}{9}$	1p 2p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	Calculăm aria triunghiului $OA_mA_n, m,n \in N$ $\Delta = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2m-1 & 2m+1 & 1 \\ 2n-1 & 2n+1 & 1 \end{vmatrix}$ $\Delta = 4(m-n) \Rightarrow Aria = \frac{1}{2}\lvert\Delta\rvert = 2\lvert m-n\rvert$ Atunci, aria triunghiului $OA_{2013}A_{2014}$ este egală cu 2 .	2p 2p 1p
b)	Se verifică condiţia de coliniaritate a trei puncte : $\begin{vmatrix} 2m-1 & 2m+1 & 1 \\ 2n-1 & 2n+1 & 1 \\ 2p-1 & 2p+1 & 1 \end{vmatrix} = 0$ Prin calcul, obţinem egalitatea .	3p 2p
c)	Observăm că punctele $A_0, A_1, ..., A_{2014}$ sunt coliniare (din b)) Atunci dreptele distincte sunt : $OA_0, OA_1, ..., OA_{2014}, A_0A_{2014}$ În total avem 2016 drepte .	1p 2p 2p
2. a)	$(x-1)(y-1)+1 = xy-x-y+2$ Dar $xy-x-y+2 = x\cdot y - ax - ay + 2$ Deci $a = 1$	1p 3p 1p
b)	Aflăm mai întâi elementul neutru al legii : $x \circ e = e \circ x = x, \forall x \in R \Rightarrow e = 2$ Verificăm condiţia de simetric : $\frac{2014}{2013} \circ 2014 = 2014 \circ \frac{2014}{2013} = 2$	3p 2p

www.mateinfo.ro

c)	$x \circ x = x^2 - 2ax + 2 > 0,\ (\forall) x \in R$ $\Delta = 4a^2 - 8 < 0$ $a \in (-\sqrt{2}, \sqrt{2})$	2p 2p 1p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	Calculăm $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) =$ $= \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{e^x}{x} = 0$ Dreapta $y = 0$ este asimptotă orizontală spre $-\infty$.	2p 2p 1p
b)	$f'(x) = \left(\dfrac{e^x}{x}\right)' =$ $= \dfrac{e^x \cdot x - e^x}{x^2} =$ $= \dfrac{e^x (x-1)}{x^2}$.	1p 2p 2p
c)	Dacă $x > 1 \Rightarrow f'(x) > 0$ Deci f este strict crescătoare pe intervalul $(1, +\infty)$ Dar $1 < \ln 2013 < \ln 2014 \Rightarrow f(\ln 2013) < f(\ln 2014)$ Deci $\dfrac{2014}{\ln 2014} > \dfrac{2013}{\ln 2013}$.	1p 1p 1p 2p
2. a)	$I_1 = \int_0^1 x \cdot (1-x) dx =$ $= \left(\dfrac{x^2}{2} - \dfrac{x^3}{3}\right)\Big\|_0^1 =$	2p 2p 1p

www.mateinfo.ro

	$=\frac{1}{6}$	
b)	Arătăm că şirul $(I_n)_{n\in N}$ este strict descrescător şi mărginit Din $x\in(0,1)\Rightarrow 1-x\in(0,1)\Rightarrow (1-x)^n>(1-x)^{n+1}\Rightarrow I_{n+1}<I_n$ Evident $I_n>0$. Dar $(1-x)^n<1\Rightarrow I_n<\int_0^1 xdx=\frac{1}{2}$	1p 2p 2p
c)	Efectuăm schimbarea de variabilă $u=1-x$ Atunci $I_n=\int_0^1(1-u)\cdot u^n du=$ $=\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}=\frac{1}{(n+1)(n+2)}$	2p 1p 2p

www.mateinfo.ro