

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**Varianta 58**

Prof: Păcurar Cornel-Cosmin

- ♦ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- ♦ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- ♦ Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$-9 \leq 2x - 1 \leq 9$ $-4 \leq x \leq 5$ $\text{card}A = 10$	2p 1p 2p
2.	$2x - 1 = 3x^2 - 3x + 1$ $x_1 = 1, x_2 = \frac{2}{3}$ Punctele de intersecție sunt $(1; 1)$ și $\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$	1p 2p 2p
3.	$8 - 3x = 8 - 12x + 6x^2 - x^3$ $x(x^2 - 6x + 9) = 0$ $x_1 = 0, x_{2,3} = 3$	1p 1p 3p
4.	$T_{k+1} = (-1)^k C_{2012}^k 2^{2012-k} \cdot \sqrt{3}^k, k \in \{0, 1, 2, \dots, 2012\}$ $T_{k+1} \in \mathbb{Q} \Leftrightarrow k \text{ par}$ Sunt 1007 termeni raționali	2p 2p 1p
5.	$BC: x + y - 2 = 0$	2p 3p

	Distanța este $\frac{ 1+2-2 }{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$	
6.	$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 \Leftrightarrow 2 \cos^2 x - 1 = \frac{1}{2}$	2p
	$\cos x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$	2p
	$x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right) \Rightarrow \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$	1p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -m & m^2 \\ -m & m^2 & 1 \\ m^2 & 1 & -m \end{vmatrix} = -(m^2 - m + 1)^2 (m + 1)^2$	3p
	Finalizare : $m = -1$	2p
b)	Dacă sistemul are soluții nenule, atunci $\Delta = 0$	2p
	În acest caz, sistemul se reduce la $x + y + z = 0$	1p
	Această ecuație nu are soluții cu toate componentele strict pozitive	2p
c)	Pentru $m = -1$, rangul este 1	2p
	Pentru $m \neq -1$, rangul este 3	3p
2. a)	$(x * y) * z = \frac{1}{9}(x-2)(y-2)(z-2) + 2$ și $x * (y * z) = \frac{1}{9}(x-2)(y-2)(z-2) + 2$	4p
	Finalizare: legea este asociativă	1p
b)	Trebuie să arătăm că există $e \in \mathbb{R}$ astfel încât $x * e = e * x = x$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$	1p
	$x * e = x \Leftrightarrow 2x + 2e - ex + 2 = 3x \Leftrightarrow (e+1)(2-x) = 0, \forall x \in \mathbb{R}, \text{ deci } e = -1$	3p
	Verificarea relației $(-1) * x = x, \forall x \in \mathbb{R}$	1p
c)	$x * x * x * x = -\frac{1}{27}(x-2)^4 + 2$	2p

	$x * x * x * x = -1 \Leftrightarrow (x-2)^4 = 81 \Leftrightarrow x = 5 \text{ sau } x = -1$	3p
--	---	----

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	$f(-x) = -x^3 + 3x + 2012$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 3x + 2012}{-x^3 + 3x + 2012} = -1$	2p 3p
b)	$f'(x) = 3x^2 - 3$ $f'(x) \geq 0, \forall x \in [1; \infty) \Rightarrow f \text{ este crescătoare pe } [1; \infty)$	2p 3p
c)	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty, f(-1) = 2014, f(1) = 2010, \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ Din studiul variației funcției deducem că ecuația $f(x) = m$ are trei soluții reale distincte dacă și numai dacă $m \in (2010; 2014)$	2p 3p
2. a)	$I_2 = \int_{2012}^{2013} \frac{(y-2012)^2}{y} dy$ $I_2 = \left(\frac{y^2}{2012} - 4024y + 2012^2 \ln y \right) \Big _{2012}^{2013}$ $I_2 = \frac{4025}{2012} - 4024 \cdot 4025 + 2012^2 \ln \frac{2013}{2012}$	2p 2p 1p
b)	$I_n - I_{n+1} = \int_0^1 \frac{x^n}{x+2012} \cdot (1-x) dx \geq 0 \text{ pentru orice } n, \Rightarrow I_{n+1} \leq I_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ $I_{n+1} + 2012I_n = \int_0^1 \frac{x^n(x+2012)}{x+2012} dx = \int_0^1 x^n dx = \frac{1}{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$	2p 3p
c)	$\frac{1}{2013(n+1)} \leq I_n \leq \frac{1}{2012(n+1)}$ Finalizare: $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n = 0$	3p 2p