

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**Varianta 59**

Prof: Păcurar Cornel-Cosmin

- ◆ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- ◆ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- ◆ Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$1+i-2i+2-9+6i =$ $-6+5i$	3p 2p
2.	$x^2 - x + 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}, x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-2; +\infty)$ $x^2 - x + 1 = x^2 + 4x + 4$ $\Leftrightarrow x = -\frac{3}{5} \in [-2; +\infty)$	1p 2p 2p
3.	$x - \frac{\pi}{3} = 2k\pi \pm \arccos \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$ $x \in [0; 2\pi) \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = \frac{2\pi}{3}$	2p 3p
4.	<p>În A avem 6 elemente impare și 5 elemente pare</p> <p>Finalizare : $C_6^3 \cdot C_5^1 = 100$ de moduri</p>	2p 3p
5.	<p>Fie D e mijlocul lui $[BC] \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 2 \\ y_D = 2 \end{cases}$</p> $AD = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$	2p 3p
6.	$\frac{1}{\sin x \cos x} = 3 \Leftrightarrow \sin x \cos x = \frac{1}{3}$ $\sin 2x = \frac{2}{3}$	3p 2p

1. a)	$A(x) \cdot A(y) = \begin{pmatrix} 1 & x+y & x^2-2xy+y^2 \\ 0 & 1 & -2y-2x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $A(x) \cdot A(y) = \begin{pmatrix} 1 & x+y & (x-y)^2 \\ 0 & 1 & -2(x+y) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = A(x+y)$	2p 3p
b)	$A(x) - A(y) = \begin{pmatrix} 0 & x-y & x^2-y^2 \\ 0 & 0 & -2x+2y \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $(A(x) - A(y))^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -2(x-y)^2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $(A(x) - A(y))^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = O_3$	1p 2p 2p
c)	$A(x) \cdot A(-x) = A(-x) \cdot A(x) = I_2$ $\Rightarrow (A(x))^{-1} = A(-x)$	3p 2p
2. a)	$R = f(2i) = (4i)^{10}$ $R = -4^{10}$	3p 2p
b)	$f = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k x^{10-k} (2i)^k + \sum_{k=0}^{10} (-1)^k C_{10}^k x^{10-k} (2i)^k = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k x^{10-k} (2i)^k (1 + (-1)^k)$ $a_{2k} = 2 \cdot (-1)^k C_{10}^{10-2k} \cdot 2^{10-2k} \in \mathbb{R}, \forall k \in \{0, 1, \dots, 5\}, a_{2k+1} = 0, \forall k \in \{0, 1, \dots, 4\}$	2p 3p
c)	<p>Fie z o rădăcină a lui $f \Rightarrow (z+2i)^{10} = -(z-2i)^{10} \Rightarrow z+2i = z-2i$</p> <p>Punctul de afix z este egal depărtat de punctele de afixe $\pm i$, deci aparțin axei reale</p>	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	$f'(x) = -\frac{4}{(x+2)(x-2)} < 0, \forall x \in (2; +\infty)$ $\Rightarrow f \text{ este strict descrescătoare pe } (2; +\infty)$	3p 2p
b)	$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0 \Rightarrow d_1 : y = 0 \text{ este asimptotă orizontală spre } +\infty$ $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x > 2}} f(x) = +\infty \Rightarrow d_2 : x = 2 \text{ este asimptotă verticală la dreapta}$	3p 2p
c)	$\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln\left(1 + \frac{4}{x-2}\right)}{\frac{4}{x-2}} \cdot \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x}{x-2}$ $\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot f(x) = 4$	3p 2p
2. a)	$\int_1^9 f(\sqrt{x}) dx = \int_1^9 (x - 4\sqrt{x} + 3) dx = \left(\frac{x^2}{2} - \frac{8x\sqrt{x}}{3} - 3x \right) \Big _1^9$ $\int_1^9 f(\sqrt{x}) dx = -\frac{16}{3}$	3p 2p
b)	$g(x) \leq 0, \forall x \in [1; 3]$ $\Rightarrow A = -\int_1^3 g(x) dx = -\int_1^3 \left(x - 4 + \frac{3}{x} \right) dx$ $A = -\left(\frac{x^2}{2} - 4x + 3 \ln x \right) \Big _1^3$ $A = 28 - \ln 27$	1p 1p 2p 1p
c)	$I_n = \int_1^3 f^n(x) dx = -2n \int_1^3 (x^2 - 4x + 3)^{n-1} \cdot (x^2 - 2x) dx$	1p

$I_n = -2n \int_1^3 (x^2 - 4x + 3)^{n-1} \cdot (x^2 - 4x + 3 + 2x - 4 + 1) dx$	1p
$I_n = -2n \int_1^3 (x^2 - 4x + 3)^n dx - 2n \int_1^3 (x^2 - 4x + 3)^{n-1} dx - 2n \int_1^3 (x^2 - 4x + 3)^{n-1} \cdot (2x - 4) dx$	1p
$\int_1^3 (x^2 - 4x + 3)^{n-1} \cdot (2x - 4) dx = \int_0^0 t^{n-1} dt = 0$	1p
$\Rightarrow I_n = -2nI_n - 2nI_{n-1} \Rightarrow (2n+1)I_n + 2nI_{n-1} = 0$	1p