BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 62

Prof: Pascotescu Camelia

- Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$z=a+ib\Rightarrow \overline{z}=a-ib$	1p
	$2(a-ib)+a+ib=3+2i\Rightarrow 3a-ib=3+2i$	2p
	$\Rightarrow a=1,b=-2\Rightarrow z=1-2i$	2p
2.	Din **Relaţiile lui Viète** avem $x_1+x_2=-\frac{-3}{1}=-3$ şi $x_1x_2=\frac{1}{1}=1$	2p
	Deci $x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=(-3)^2-2\cdot 1=7$	3p
3.	Fie $t=2^x>0$. Rezultă $-2t^2+t+1=0$	2p
	$t_1=1,t_2=-\frac{1}{2}$. Deoarece $t_1>0,t_2<0$ şi $t>0\Rightarrow t=1$	2p
	$\Rightarrow 2^x=1\Rightarrow x=0$	1p
4.	Numărul submulţimilor căutate este C_5^3	2p
	$=\frac{5!}{3!(5-3)!}=\frac{5!}{3!\cdot 2}=\frac{4\cdot 5}{2!}=10$	3p
5.	Distanţa de la un punct $A(x_0,y_0)$ la dreapta $d:ax+by+c=0$ este $d(A,d)=\frac{\lvert ax_0+by_0+c\rvert}{\sqrt{a^2+b^2}}$.	2p
	Deci $d(A,d)=\frac{\lvert 2\cdot 1+3\cdot 3-1\rvert}{\sqrt{2^2+3^2}}=\frac{10}{\sqrt{13}}=\frac{10\sqrt{13}}{13}$	3p
6.	Prin ridicare la pătrat obţinem $\sin^2 x+\cos^2 x+2\sin x\cos x=1$ de unde	3p
	$\sin 2x=0$	2p

www.mateinfo.ro

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$\alpha\circ\beta=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\2&1&4&3\end{pmatrix}$	5p
b)	$x\circ\alpha=\beta\Rightarrow x=\beta\alpha^{-1}$ $\alpha^{-1}=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\2&1&4&3\end{pmatrix}$ $x=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\4&2&3&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2&3&4\\2&4&1&3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\2&1&4&3\end{pmatrix}$	1p 2p 2p
c)	Numărul de inversiuni al permutării α este $m(\alpha)=3\Rightarrow\epsilon(\alpha)=(-1)^3=-1$, deci α e impară. Dar oricare ar fi $x\in S_4$ avem $\epsilon(x^4)=1$, deci x^4 este permutare pară. În concluzie, ecuaţia $x^4=\alpha$ nu are soluţie.	2p 2p 1p
2. a)	$f(-1)=[1+(-1)+(-1)^3]^{30}=(-1)^{30}=1$ $f(1)=[1+1+1^3]^{30}=3^{30}$ $f(-1)+f(1)=1+3^{30}$	2p 2p 1p
b)	Avem $f(1)=a_0+a_1+...+a_{30}$ Dar $f(1)=3^{30}\Rightarrow a_0+a_1+...+a_{30}=3^{30}$ Deci $a_0+a_1+...+a_{30}\vdots 3$	2p 2p 1
c)	$f(X)=(X^2-1)q(X)+aX+b$ $\left.\begin{matrix}X=1\Rightarrow f(1)=a+b\Rightarrow a+b=3^{30}\\X=-1\Rightarrow f(-1)=-a+b\Rightarrow -a+b=1\end{matrix}\right\}\Rightarrow a=\frac{3^{30}-1}{2},b=\frac{3^{30}+1}{2}$ Resul căutat este $aX+b=\frac{3^{30}-1}{2}X+\frac{3^{30}+1}{2}$.	2p 2p 1p

www.mateinfo.ro

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

a)	$f'(x)=\dfrac{(e^x)'x^2-e^x(x^2)'}{x^4}$	2p
	$=\dfrac{e^x x^2-e^x(2x)}{x^4}$	2p
	$=\dfrac{e^x(x^2-2x)}{x^4}=\dfrac{e^x x(x-2)}{x^4}=\dfrac{e^x(x-2)}{x^3}$	1p
b)	$f'(x)=0\Leftrightarrow x-2=0\Leftrightarrow x=2$	2p
	Pe $(-\infty,0)\cup(2;\infty)$ avem $f'(x)>0$,deci f este strict crescătoare.	2p
	Pe $(0;2)$ avem $f'(x)<0$,deci f este strict descrescătoare.	1p
c)	$\left.\begin{array}{l}\sqrt{3},\sqrt{2}\in(0;2)\\ \sqrt{2}<\sqrt{3}\\ f \text{ descrescãtoare pe } (0;2)\end{array}\right\}\Rightarrow f(\sqrt{3})<f(\sqrt{2})$	3p 2p
	$\dfrac{e^{\sqrt{3}}}{3}<\dfrac{e^{\sqrt{2}}}{2}\Rightarrow 2e^{\sqrt{3}}<3e^{\sqrt{2}}$	
2. a)	$2I_1+3I_2=\int\dfrac{2\sin x+3\cos x}{2\sin x+3\cos x}dx$	2p
	$2I_1+3I_2=\int dx=x+C$ (1)	3p
b)	$2I_2-3I_1=\int\dfrac{2\cos x-3\sin x}{2\sin x+3\cos x}dx=\int\dfrac{(2\sin x+3\cos x)'}{2\sin x+3\cos x}dx$	3p
	$2I_2-3I_1=\ln\lvert 2\sin x+3\cos x\rvert+C$ (2)	2p
c)	Rezolvând sistemul format din (1) şi (2) rezultă	
	$I_1=\dfrac{1}{13}(2x-3\ln\lvert 2\sin x+3\cos x\rvert)+C$	3p
	$I_2=\dfrac{1}{13}(3x+2\ln\lvert 2\sin x+3\cos x\rvert)+C$	2p

www.mateinfo.ro