BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE
Varianta 64

Prof: Pisică Lăcrămioara

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$1<\log_{\frac{5}{3}} 2<2$ $2<\sqrt[3]{9}<3$ $A=\{2\}\Rightarrow cardA=1$	2p 1p 2p
2.	$\min im=-\frac{\Delta}{4a}<0$ $m<\frac{9}{4}$ $m\in\mathbb{N}^*\Rightarrow m\in\{1,2\}$	1p 2p 2p
3.	$3\cdot 2^x+4>0\,(A)\Rightarrow x\in\mathbb{R}$ $3\cdot 2^x+4=2^{x+2}$ $2^x=4\Rightarrow x=2$	1p 2p 2p
4.	$T_{k+1}=C_9^k\left(\frac{1}{x}\right)^{9-k}\left(\sqrt{x}\right)^k$ $x^{\frac{3k}{2}-9}=x^0$ $k=6\Rightarrow T_7=C_9^6$	2p 1p 2p
5.	M este mijlocul lui AN : $\left(x_M=\frac{x_A+x_N}{2}, y_M=\frac{y_A+y_N}{2}\right)$ N este mijlocul lui MB : $\left(x_N=\frac{x_M+x_B}{2}, y_N=\frac{y_M+y_B}{2}\right)$ $A(1,-2)$, $B(-5,7)$	2p 3p
6.	$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$ $\cos B=-\frac{1}{20}<0\Rightarrow m(\sphericalangle B)>90^\circ$	2p 3p

www.mateinfo.ro

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$\det(A)=(m+1)^2\begin{vmatrix}1&1&1\\2m&1&m^2\\m^2&2m&1\end{vmatrix}$	2p
	$\det(A)=(m+1)^2\left(m^2-m+1\right)^2$	1p
	$\det(A)\neq 0\Rightarrow m\in\mathbb{R}\setminus\{-1\}$	2p
b)	Fie (x_0,y_0,z_0) soluția sistemului	3p
	Adunând cele 3 ecuații obținem $(m+1)^2(x_0+y_0+z_0)=0$	
	știind că $m\in\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ obținem $x_0+y_0+z_0=0$	2p
c)	$A=\begin{pmatrix}1&1&-2\\-2&1&1\\1&-2&1\end{pmatrix}\Rightarrow \text{rang}A=2$	2p
	$\text{rang}\overline{A}=2\Rightarrow$ sistem compatibil nedeterminat	1p
	soluția sitemului $(\alpha-3,\alpha+1,\alpha),\alpha\in\mathbb{R}$	2p
2. a)	$x\circ(-1)=x\Rightarrow x(-a+b-1)+c-b=0\Rightarrow\begin{cases}a=b-1\\c=b\end{cases}$	2p
	$\frac{1}{2}\circ\left(-\frac{11}{8}\right)=-1\Rightarrow 11a+14b-16c=16$	1p
	se obțin valorile $a=2$, $b=3$, $c=3$	2p
b)	$x\circ y=2\left(x+\frac{3}{2}\right)\left(y+\frac{3}{2}\right)-\frac{3}{2}\Rightarrow x\circ x\circ x=4\left(x+\frac{3}{2}\right)^3-\frac{3}{2}$	2p
	notând $t=x+\frac{3}{2}$ ecuația devine $4t^3=t$ cu soluțiile $t\in\left\{0,\pm\frac{1}{2}\right\}$	2p
	știind că $x\in G\Rightarrow$ soluția ecuației este $x=-1$	1p
c)	f morfism $\Rightarrow f(x\circ y)=f(x)+f(y)$	1p
	$\ln(2mxy+3mx+3my+3m+n)=\ln(mx+n)+\ln(my+n)\Rightarrow\begin{cases}m^2=2m\\3m=mn\\3m+n=n^2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}m=2\\n=3\end{cases}$	2p
	$f:G\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln(2x+3)$ funcție bijectivă	2p

www.mateinfo.ro

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	$f(x)=\begin{cases} 2x-3+\ln x & , x\in\left[\frac{3}{2},\infty\right) \\ -2x+3+\ln x & , x\in\left(-\infty,\frac{3}{2}\right) \end{cases}$	1p
	f continuă și derivabilă pe $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{3}{2}\right\}$	1p
	$\lim_{s}\left(\frac{3}{2}\right)=\lim_{d}\left(\frac{3}{2}\right)=f\left(\frac{3}{2}\right)\Rightarrow$ f continuă în $x=\frac{3}{2}$	1p
	$f_s'\left(\frac{3}{2}\right)=-\frac{4}{3}$, $f_d'\left(\frac{3}{2}\right)=\frac{8}{3}\Rightarrow$ f nu este derivabilă în $x=\frac{3}{2}$	2p
b)	$f'(x)=\begin{cases} 2+\frac{1}{x} & , x\in\left(\frac{3}{2},\infty\right) \\ -2+\frac{1}{x} & , x\in\left(-\infty,\frac{3}{2}\right) \end{cases}$	1p
	$f'(x)=0\Rightarrow x=\frac{1}{2}$	1p
	f crescătoare pe fiecare din intervalele $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]$, $\left[\frac{3}{2},\infty\right)$ și descrescătoare pe $\left[\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right]\Rightarrow$	1p
	$x=\frac{1}{2}$ punct de maxim local și $x=\frac{3}{2}$ punct de minim local	2p
c)	prima bisectoare $y=x\Rightarrow$ panta este $m=1$	1p
	$\Rightarrow f'(x_0)=1\ \Rightarrow x=\frac{1}{3}$	1p
	punctul de tangență va fi $T\left(\frac{1}{3},\frac{7}{3}-\ln 3\right)$	1p
	ecuația tangentei $x-y+2-\ln 3=0$	2p
2. a)	$f\left(-\sqrt[4]{x}\right)=\sqrt{x}+2\sqrt[4]{x}-3$	1p
	$\int_1^{16} f\left(-\sqrt[4]{x}\right)dx=\left(\frac{2}{3}\sqrt{x^3}+\frac{8}{5}\sqrt[4]{x^5}-3x\right)\Big\|_1^{16}$	2p
	calculând obținem $\frac{233}{5}$	2p
b)	$V=\pi\int_0^3 g^2(x)dx\ \Rightarrow\ V=\pi\int_0^3\sqrt{-x^2+2x+3}dx$	1p

www.mateinfo.ro

	$I=\int_0^3\sqrt{-x^2+2x+3}dx=\int_0^3\sqrt{4-(x-1)^2}dx$	1p
	realizând schimbarea de variabilă $t=x-1\Rightarrow I=\int_{-1}^{2}\sqrt{4-t^2}dt$	2p
	aplicând metoda integrării prin părți obținem $I=\left(\frac{t}{2}\sqrt{4-t^2}+2\arcsin\frac{t}{2}\right)\Big\|_{-1}^{2}$	1p
	$V=\pi\sqrt{3}+\frac{4\pi^2}{3}$	
c)	$a_n=\int_n^{n+1}\left(1-\frac{4}{x^2}\right)dx$	1p
	$a_n=1-\frac{4}{n(n+1)}$	2p
	$\lim_{n\to\infty}(a_n)^{n^2}=e^{-4}$	2p

www.mateinfo.ro