

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**Varianta 75****Prof: Șerban George-Florin**

- ♦ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- ♦ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- ♦ Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$a_4 = \frac{10+16}{2} = 13 \quad , r = 13-10 = 3 \quad , a_1 = 4$ $a_n = a_1 + (n-1)r \quad , a_{50} = 4 + 49 \cdot 3 = 151$	3p 2p
2.	$\min(f(x)) = \frac{-\Delta}{4a}$ $\Delta = b^2 - 4ac = 4$ $\min(f(x)) = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-4}{4} = -1$	1p 1p 3p
3.	$3^{3x+6} = 3^4$ $3x+6=4 \quad , 3x = -2$ $S = \left\{ -\frac{2}{3} \right\}$	1p 2p 2p
4.	<p>Cazuri favorabile : 12 , 21, 13 , 31 , 15, 51 , 17 , 71 (8 cazuri favorabile). Cazuri posibile : 10 , 11 , , 99 - sunt 90 cazuri posibile .</p> $P(A) = \frac{nr(\text{caz fav})}{nr(\text{caz pos})} = \frac{8}{90} = \frac{4}{45}$	2p 3p
5.	$M(x,y) \quad , (x-1)\vec{i} + (y+1)\vec{j} = 5 \cdot (-2-x)\vec{i} + 5 \cdot (3-y)\vec{j}$ $x-1 = -10-5x \quad , x = -\frac{9}{6} \quad , y+1 = 15-5y \quad , y = \frac{14}{6} \quad , M\left(-\frac{9}{6}, \frac{14}{6}\right)$	2p 3p
6.	$\sin^3 x = \cos^3 x \quad . \text{ Dacă } \cos x = 0 \text{ rezultă că } x = \frac{\pi}{2} \quad , \sin \frac{\pi}{2} = 1 \quad , \text{ deci } x = \frac{\pi}{2} \text{ nu este}$	2p

	soluție a ecuației .	
	Presupun că $\cos x \neq 0$, $\operatorname{tg}^3 x = 1$, dar $\operatorname{tg} x > 0$ deci $\operatorname{tg} x = 1$	1p
	$x = \frac{\pi}{4}$ $S = \{ \frac{\pi}{4} \}$.	2p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.	$\det A(x) = 0$, $\det A(x) = x^3 - 3x + 2$	2p
a)	$\det A(x) = x^3 - 3x + 2 = (x-1)^2(x+2) = 0$	2p
	$S = \{1, -2\}$	1p
b)	$A(x) \cdot A(-x) = \begin{pmatrix} 2-x^2 & 1 & 1 \\ 1 & 2-x^2 & 1 \\ 1 & 1 & 2-x^2 \end{pmatrix}$	3p
		2p
c)	$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix}$	1p
	$A^{-1}(2) = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$	4p
2.	$2 \circ 3 = \sqrt{2^2 \cdot 3^2 - 2^2 - 3^2 + 2}$	1p
a)	$2 \circ 3 = \sqrt{2^2 \cdot 3^2 - 2^2 - 3^2 + 2} = \sqrt{25} = 5$	3p
	$2 \circ 3 = 5$	1p
b)	$x \circ e = e \circ x = x$, există $e \in (1, \infty)$, $\forall x \in (1, \infty)$	1p
	$\sqrt{x^2 \cdot e^2 - x^2 - e^2 + 2} = \sqrt{e^2 \cdot x^2 - e^2 - x^2 + 2} = x$	1p
	$(e^2 - 2)(x^2 - 1) = 0$, $e = \sqrt{2} \in (1, \infty)$	3p
c)	$x \circ y = \sqrt{(x^2 - 1)(y^2 - 1) + 1}$, $x \circ x = \sqrt{(x^2 - 1)^2 + 1}$	2p

b)	$0 \leq x^n f(x) = \frac{x^{n+1}}{x^2 + 1} \leq x^{n+1}, \quad \forall x \in [0, 1]$ <p>Integrez de la 0 la 1 .</p> <p>Notez $I_n = \int_0^1 x^n \cdot f(x) dx$, $I_{n+1} - I_n = \int_0^1 \frac{x^{n+1} \cdot (x-1)}{x^2 + 1} dx < 0$, deci șirul I_n este strict descrescător , deci are limită .</p> $0 \leq \int_0^1 x^n f(x) dx \leq \int_0^1 x^{n+1} dx = \frac{1}{n+2}$ <p>Se trece la limită $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 x^n \cdot f(x) dx = 0$</p>	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>2p</p> <p>1p</p>
c)	$\int (x^4 + 1) \cdot e^x \cdot f(x^2) dx = \int x^2 e^x dx$. Se integrează prin părți de două ori . $\int (x^4 + 1) \cdot e^x \cdot f(x^2) dx = \int x^2 e^x dx = \int x^2 (e^x)' dx = x^2 e^x - 2 \int x e^x$ $\int (x^4 + 1) \cdot e^x \cdot f(x^2) dx = x^2 e^x - 2 \int x e^x = x^2 e^x - 2 \int x (e^x)' dx = x^2 e^x - 2(x e^x - \int e^x dx)$ $\int (x^4 + 1) \cdot e^x \cdot f(x^2) dx = x^2 e^x - 2x e^x + 2e^x + c, \quad c \in \mathbb{R}$	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>2p</p>