

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**Varianta 80**

Prof: Stan Adrian

- ◆ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- ◆ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- ◆ Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$a^2 = 18 - 2 \cdot \sqrt{(9 + 6\sqrt{2})(9 - 6\sqrt{2})} \Rightarrow$ $a^2 = 12, a > 0 \Rightarrow a = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}. \quad (a - 2\sqrt{3})^2 = 0.$	3p 2p
2.	$r = 7$ $a_n = a_1 + (n-1) \cdot r \Rightarrow 192 = 3 + (n-1) \cdot 7 \quad n=28$ Rezultă $3 + 10 + 17 + \dots + 192 = 2730$	1p 2p 2p
3.	Relațiile lui Viete: $x_1 + x_2 = -4, x_1 \cdot x_2 = 1;$ $\frac{x_1 - 1}{x_1 + 2} + \frac{x_2 - 1}{x_2 + 2} = \frac{2x_1x_2 + x_1 + x_2 - 4}{x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) + 4} = 2.$	2p 3p
4.	Condiții de existență: $x \in (3; \infty).$ Ecuația dată este echivalentă cu $(x-3)(x-1)^2 = (x-2)^3 \Rightarrow$ $x^2 - 5x + 5 = 0. \quad S = \left\{ \frac{5 + \sqrt{5}}{2} \right\}.$	1p 2p 2p
5.	$\sin(90^\circ + x) = \cos x, \quad \cos(180^\circ - x) = -\cos x$ $\sin(180^\circ - x) = \sin x, \quad \cos(90^\circ + x) = -\sin x$ Suma dată este egală cu 0.	2p 2p 1p
6.	Din teorema cosinusului $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos B$ se obține $AC=5$ $\sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \frac{3}{5}.$	2p 1p 2p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$A(3) \cdot A(-3) = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 2 \\ 2 & 6 & -1 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ $A(3) \cdot A(-3) = \begin{pmatrix} -6 & -2 & 5 \\ 8 & -3 & 0 \\ 6 & 2 & -5 \end{pmatrix}.$	3p 2p
b)	Calcul $A(x)+A(-x)$ Calculul determinantului $\det(A(x)+A(-x))=0$	3p 2p
c)	c)Calculul determinantului $x^3 + 5x^2 + 6x = 0$ $x \in \{-3, -2, 0\}.$	2p 2p 1p
2. a)	Se calculează $f(2)$ și se egalează cu expresia dată în enunț. $f(2) = 8 + 4m + 2n + p = 2(2m + n + 9)$ de unde rezultă că $p = 10$.	2p 3p
b)	Din $x^2 + x - 2 = 0$ rezultă $x_1 = -2$ și $x_2 = 1$. $f(X) : g(X) = (X - 1)(X + 2) \Leftrightarrow \begin{cases} f(-2) = 0 \\ f(1) = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 4m - 2n = -2 \\ m + n = -11 \end{cases} \Rightarrow m = -4, n = -7.$	1p 2p 2p
c)	Cum $f(X) = X^3 - 4X^2 - 7X + 10 = (X^2 + X - 2)(X - 5) = (X + 2)(X - 1)(X - 5) \Rightarrow f(1) = 0$ așadar, produsul $f(0) \cdot f(1) \cdot f(2) \cdot \dots \cdot f(2010)$ îl conține pe $f(1)$ prin urmare este egal cu zero.	2p 2p 1p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1.	$f'(x) = 3x + 2x \ln x.$	3p
a)	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = f'(1) = 3.$	2p
b)	$f''(x) = 5 + 2 \ln x.$	3p
	f este convexă pe $\left[\frac{1}{e^2 \sqrt{e}}, \infty\right)$ și concavă pe $\left(-\infty, \frac{1}{e^2 \sqrt{e}}\right].$	2p
c)	ecuația tangentei în punctul $A(x_0, y_0)$ este $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0).$	1p
	$y_0 = f(x_0) \Rightarrow y_0 = f(1) = 1 \Rightarrow$	1p
	Ecuația dreptei este $y - 1 = f'(1)(x - 1) \Rightarrow y - 1 = 3(x - 1) \Rightarrow 3x - y - 2 = 0$	3p
2.	Din condițiile de continuitate și derivabilitate a lui f se obține $\begin{cases} a + b = 2 \\ 2a + b = -2 \end{cases}.$	3p
a)	Din rezolvarea sistemului rezultă $a = -4, b = 6.$	2p
b)	$F(x)$ este primitiva lui $f \Leftrightarrow F'(x) = f(x)$	2p
	F este convexă deoarece $F''(x) = f'(x) = \frac{2}{x-2} > 0, \forall x \in (2; \infty).$	3p
c)	$\int_0^1 \frac{1}{-4x^2 + 6x + 2} dx = \int_0^1 \frac{1}{-4 \left[\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{17}}{4}\right)^2 \right]} dx =$ $= -\frac{1}{2\sqrt{17}} \left[\ln \left \frac{7 - \sqrt{17}}{7 + \sqrt{17}} \right - \ln \left \frac{3 - \sqrt{17}}{3 + \sqrt{17}} \right \right].$	3p 2p