

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 81

Prof: Stoica Alina Codruța

- ♦ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- ♦ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- ♦ Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

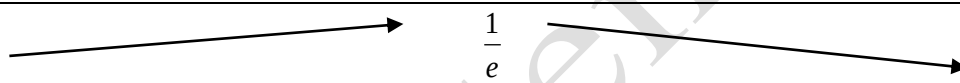
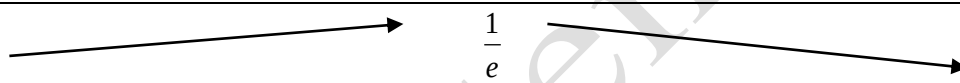
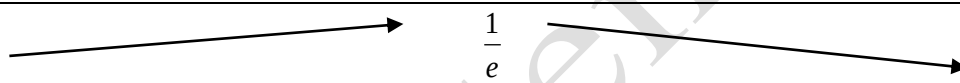
1.	$2^{x^2+5} = 4^{x+2} \Leftrightarrow 2^{x^2+5} = (2^2)^{x+2} \Leftrightarrow 2^{x^2+5} = 2^{2x+4}$ $x^2 + 5 = 2x + 4 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$ $x = 1$	2p 2p 1p
2.	$\begin{cases} x_1 + x_2 = m + 1 \\ x_1 x_2 = 2m \end{cases}$ $x_1 x_2 - 2x_1 - 2x_2 + 2 = 0$	3p 2p
3.	Condiții de existență : $x \in (-\infty; -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}; +\infty)$ și $x \in [1; +\infty) \Rightarrow x \in [\sqrt{3}; +\infty)$ $x^2 - 3 = (x-1)^2 \Rightarrow -3 = 2x + 1$ $x = 2 \in [\sqrt{3}; +\infty)$	2p 2p 1p
4.	$2x - 1 \in \{1, 3, 5, 15\}$ $x \in \{1, 2, 3, 8\}$ $p = \frac{1}{4}$	2p 2p 1p
5.	$m_{MN} = -\frac{2}{3}$ și panta mediatoarei segmentului MN este $\frac{3}{2}$ Panta paralelei prin P este $\frac{3}{2}$ Ecuația paralelei prin P este $3x - 2y + 3 = 0$	2p 1p 2p

6.	$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \sin^2 x + \left(-\frac{2\sqrt{6}}{5}\right)^2 = 1 \Rightarrow \sin^2 x = \frac{1}{25}$	3p
	Deoarece $\sin x < 0$ pentru $x \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$ avem $\sin x = -\frac{1}{5}$	2p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & -2 \\ 1 & 4 & m \end{pmatrix}$ $\det A = -3m + 24$	2p 3p
b)	<p>Pentru $m=6$ avem $\det A = 0$</p> <p>Studierea compatibilității sistemului: sistem compatibil simplu nedeterminat</p> <p>Găsirea soluției sistemului: $x = \frac{\alpha}{3}, y = \frac{6-4\alpha}{3}, z = \alpha$ cu $\alpha \in \mathbb{R}$</p>	1p 2p 2p
c)	<p>Pentru $m \neq 6$ avem $\det A \neq 0$</p> <p>Aplicarea regulii lui Cramer și aflarea soluției $x=0, y=2, z=0$.</p> <p>Pentru $m = 6$ avem $\det A = 0$ și sistemul este compatibil conform punctului b.</p>	2p 2p 1p
2. a)	$x \circ y = 2xy - 6x - 6y + 21 = 2x(y-3) - 6y + 18 + 3$ $= 2x(y-3) - 6(y-3) + 3 =$ $2(x-3)(y-3) + 3$	2p 2p 1p
b)	$x \circ x = 2x^2 - 12x + 21$ $2x^2 - 12x + 21 = 11$ $x^2 - 6x + 5 = 0 \text{ cu soluțiile } x_1 = 1 \text{ și } x_2 = 5$	1p 2p 2p
c)	<p>Arată că $x \circ 3 = 3, \forall x \in \mathbb{R}$</p> <p>Avem $x = 1 \circ \sqrt{2} \circ \sqrt{3} \circ \dots \circ \sqrt{8} \circ \sqrt{9} \circ \dots \circ \sqrt{2014}$</p> <p>Operația fiind asociativă avem că $1 \circ \sqrt{2} \circ \sqrt{3} \circ \dots \circ \sqrt{8} \circ \sqrt{9} \circ \dots \circ \sqrt{2014} = x \circ \sqrt{9} = x \circ 3 = 3$</p>	2p 1p 2p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x} = \lim_{L'H} \frac{1}{x} = 0 \text{ rezultă } y = 0 \text{ asimptotă orizontală spre } \infty$ $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{\ln x}{x} = \frac{-\infty}{0} = (-\infty) \cdot \frac{1}{0_+} = (-\infty) \cdot (+\infty) = -\infty$ rezultă $x = 0$ asimptotă verticală la dreapta	2p 2p 1p												
b)	$f'(x) = \left(\frac{\ln x}{x}\right)' = \frac{(\ln x)' \cdot x - \ln x \cdot (x)'}{x^2} = \frac{\frac{1}{x} \cdot x - \ln x \cdot 1}{x^2} = \frac{1 - \ln x}{x^2}$ $f'(x) = 0 \Rightarrow 1 - \ln x = 0 \Rightarrow \ln x = 1 \Rightarrow x = e$ <table border="1"><tr><td>x</td><td>0</td><td>e</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>+++++</td><td>0</td><td>-----</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td colspan="3"></td></tr></table> $x = e$ punct de maxim	x	0	e	$+\infty$	$f'(x)$	+++++	0	-----	$f(x)$				2p 1p 2p
x	0	e	$+\infty$											
$f'(x)$	+++++	0	-----											
$f(x)$														
c)	$e < \pi$, deoarece f este descrescătoare pe $(e, +\infty)$ avem $f(e) > f(\pi)$ $\frac{\ln e}{e} > \frac{\ln \pi}{\pi} \Rightarrow \pi \ln e > e \ln \pi \Rightarrow \ln(e^\pi) > \ln(\pi^e) \Rightarrow e^\pi > \pi^e$	2p 3p												
2. a)	$\int x \sin x \, dx = -x \cos x + \int \cos x \, dx$ $= -x \cos x + \sin x + c$	3p 2p												
b)	$\int x^n \sin x \, dx = -x^n \cos x + n \int x^{n-1} \cos x \, dx$ $\int x^{n-1} \cos x \, dx = x^{n-1} \sin x + (n-1) \int x^{n-2} \sin x \, dx$ Finalizare $I_n = -x^n \cos x + nx^{n-1} \sin x + n(n-1)I_{n-2}$	2p 2p 1p												
c)	$x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow 0 \leq \sin x \leq 1$ $0 \leq x^n \sin x \leq x^n$	1p 2p 2p												

	$0 \leq \int x^n \sin x \, dx \leq \frac{x^{n+1}}{n+1}$ atunci $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n = 0$	
--	--	--

www.mateinfo.ro