

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**Varianta 92**

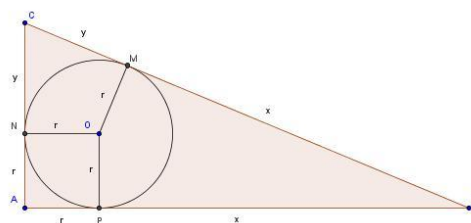
Prof: Teler Marian

- ◆ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- ◆ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- ◆ Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$7 < \sqrt{50} < 7,1$ Produsul este egal cu 0	3p 2p
2.	$2^3 = 4^{2x-1} \Rightarrow 2^3 = (2^2)^{2x-1}$ $2^3 = 2^{4x-2}$ $4x - 2 = 3, x = \frac{5}{4}$	2p 1p 2p
3.	$ \sqrt{2} - i = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + 1^2} = \sqrt{3}$ $ z = (\sqrt{3})^6 = 27$	3p 2p
4.	Se obține: $\log_2 \frac{2-x}{2+x} = \log_2 \frac{1}{2}$, cu condițiile $2-x > 0, 2+x > 0$ $\frac{2-x}{2+x} = \frac{1}{2}, 2+x = 2(2-x), x = \frac{2}{3}$	3p 2p
5.	$A_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \Delta $, unde $\Delta = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 0 & 4 & 1 \end{vmatrix} = -3$ $BC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{2}$	2p 2p

	$A_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot h_A, \sqrt{2} \cdot h_A = 3, h_A = \frac{3\sqrt{2}}{2}$	1p
6.	<p>Soluția 1</p> <p>Aria triunghiului este $S = \frac{5 \cdot 12}{2} = 30$</p> <p>Lungimea ipotenuzei este egală cu 13, semiperimetrul este $p = \frac{a+b+c}{2} = 15$</p> <p>$r = \frac{S}{p} = 2$</p> <p>.....</p> <p>Soluția 2</p> <p>Fie O centrul cercului și M, N, P punctele de tangență ale cercului înscris cu laturile BC, CA, AB ale triunghiului ABC.</p> <p>Patrulaterul ANOP este pătrat cu latura r, iar $BM \equiv BP = x, CM \equiv CN = y$. (Tangente dintr-un punct exterior la cerc).</p> <p>Lungimea ipotenuzei este 13. Obținem sistemul: $\begin{cases} r + x = 12 \\ r + y = 5 \\ x + y = 13 \end{cases}, r = 2$</p>	<p>2p</p> <p>2p</p> <p>1p</p> <p>3p</p> <p>2p</p>

**SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)**

1.		
a)	$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & m \end{vmatrix}$ $\Delta = m - 4$	<p>2p</p> <p>3p</p>
b)	<p>Sistemul are soluție unică dacă și numai dacă $\Delta \neq 0$</p> <p>$m \in \mathbb{R} - \{4\}$</p>	<p>3p</p> <p>2p</p>

c)	<p>Pentru $m = 4$, $\text{rang} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix} = 2$</p> <p>Notăm $z = \alpha \in \mathbb{Z}$ și obținem sistemul: $\begin{cases} 2x + y = -3\alpha \\ 3x + 2y = -5\alpha \end{cases}$</p> <p>Sistemul are soluția: $\begin{cases} x = -\alpha \\ y = -\alpha, \alpha \in \mathbb{Z} \\ z = \alpha \end{cases}$</p> <p>$x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 \leq 3 \Leftrightarrow \alpha^2 \leq 1, \alpha \in \{-1, 0, 1\}$</p>	<p>2p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p>
2. a)	<p>$\begin{cases} x \perp y = 7 \\ x \circ y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 10 \\ xy - 3(x + y) + 5 = 0 \end{cases}$</p> <p>$\begin{cases} x + y = 10 \\ xy = 25 \end{cases}$</p> <p>Se rezolvă sistemul, $x = y = 5$</p>	<p>2p</p> <p>1p</p> <p>2p</p>
b)	<p>$e_1 = 3$</p> <p>e_1 este elementul neutru al legii de compoziție „$\perp$”, rezultă $e_1 \perp e_2 = e_2$</p> <p>e_2 este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”, rezultă $e_2 \circ e_1 = e_1$</p> <p>$(e_1 \perp e_2) \circ e_1 = e_1 = 3$</p>	<p>2p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p>
c)	<p>$x \circ y = (x - 3)(y - 3) + 3$</p> <p>$x \circ x \circ y = 11 \Leftrightarrow (x - 3)^2 (y - 3) = 8$</p> <p>$\begin{cases} (x - 3)^2 = 1 \\ y - 3 = 8 \end{cases}, (x, y) \in \{(2, 11), (4, 11)\}$</p> <p>$\begin{cases} (x - 3)^2 = 4 \\ y - 3 = 2 \end{cases}, (x, y) \in \{(1, 5), (5, 5)\}$</p>	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p>

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1.	Tangentele la grafice sunt perpendiculare dacă $f'(a)g'(a) = -1$	2p								
a)	$f'(x) = 2ax - 3x^2$, $g'(x) = 4x^3 - 3ax^2$, Obținem $-a^5 = -1, a = 1$	2p 1p								
b)	$f''(x) = 2a - 6x$ <table border="1"><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$\frac{a}{3}$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f''(x)$</td><td>+++++</td><td>0</td><td>-----</td></tr></table> $x = \frac{a}{3}$ este punct de inflexiune	x	$-\infty$	$\frac{a}{3}$	$+\infty$	$f''(x)$	+++++	0	-----	2p 2p 1p
x	$-\infty$	$\frac{a}{3}$	$+\infty$							
$f''(x)$	+++++	0	-----							
c)	$g''(x) = 12x^2 - 6ax$ $g''(x) = 0, x_1 = 0, x_2 = \frac{a}{2}$ Graficul funcției g nu are puncte de inflexiune dacă $x_1 = x_2, a = 0$	2p 2p 1								
2.	Fie F o primitivă a funcției f, avem $F'(x) = f(x)$	2p								
a)	$F''(x) = f'(x) = \frac{x^2 - 3}{x^2}$ $x = \sqrt{3}$ este punct de inflexiune	2p 1p								
b)	$f(x) = x + 2 + \frac{3}{x}, f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x} + 2 + 3x$ $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2} + 2x + 3\ln x + c$ $\int f\left(\frac{1}{x}\right)dx = \ln x + 2x + \frac{3x^2}{2} + c$	2p 2p 1p								
c)	Soluția 1									

$\int_1^x f(t)dt \geq \int_1^x tdt = \frac{x^2-1}{2} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \int_1^x f(t)dt = \infty$	2p
<p>Se aplică regula lui L'Hospital, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\int_1^x f(t)dt}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\left(\int_1^x f(t)dt\right)'}{(x^2)'} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{2x} = \dots$</p>	2p
$= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{x} + \frac{3}{2x^2} \right) = \frac{1}{2}$	1p
<p>.....</p>	
<p>Soluția 2</p>	
$\int_1^x f(t)dt = \int_1^x \left(t + 2 + \frac{3}{t} \right) dt = \left(\frac{t^2}{2} + 2t + 3 \ln t \right) \Big _1^x = \frac{x^2}{2} + 2x + 3 \ln x - \frac{5}{2}$	2p
$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\int_1^x f(t)dt}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x^2}{2} + 2x + 3 \ln x - \frac{5}{2}}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{x} + \frac{3 \ln x}{x^2} - \frac{5}{2x^2} \right) = \dots$	2p
<p>Finalizare, $\frac{1}{2}$</p>	1p