BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 93

Prof: Tomiță Liliana

- Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$[x]=y;\ y\in\mathbb{Z};\ \ 2y^2-3y+1=0;\ \ y_1=1;\ \ y_2=\frac{1}{2}$	3p
	$y\in\mathbb{Z}\Rightarrow y=1\Rightarrow[x]=1\Rightarrow x\in[1,2)$	2p
2.	$z=r(\cos\alpha+i\sin\alpha)$	1p
	$r=\lvert z\rvert=2,\ \alpha=\frac{5\pi}{3}$	3p
	$z=2\left(\cos\frac{5\pi}{3}+i\sin\frac{5\pi}{3}\right)$	1p
3.	$T_{k+1}=C_{100}^{k}\left(\sqrt[3]{x}\right)^{100-k}\cdot\left(\sqrt{a}\right)^{k}$	1p
	$\frac{100-k}{3}=5,\ k=85$	2p
	$T_{86}=C_{100}^{85}x^5a^{42}\sqrt{a}$	2p
4.	$\frac{\sin a}{\cos a}=\frac{1}{3}\Rightarrow\cos a=3\sin a$	2p
	$\sin^2 a+\cos^2 a=1,\ a\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right);\ \ \cos a=\frac{3\sqrt{10}}{10}$	3p
5.	$\vec{u}\cdot\vec{v}=-8$	2p
	$-8<0\Rightarrow$ concluzia	3p
6.	$m_{BC}=-2$	2p

www.mateinfo.ro

	$y-y_A=m_{BC}\left(x-x_A\right)$ $y=-2x+11$	1p 2p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$\alpha\beta=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5\\3&5&2&4&1\end{pmatrix}$ $\beta\alpha=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5\\2&4&3&5&1\end{pmatrix}$ $\alpha\beta\neq\beta\alpha$	2p 2p 1p
b)	$x=\beta\alpha^{-1};\ \alpha^{-1}=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5\\4&1&5&3&2\end{pmatrix}$ $x=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5\\3&5&4&1&2\end{pmatrix}$	3p 2p
c)	$\beta^2=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5\\4&2&5&1&3\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}1&2&3&4&5\\x_1&x_2&x_3&x_4&x_5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2&3&4&5\\x_1&x_2&x_3&x_4&x_5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5\\4&2&5&1&3\end{pmatrix}$ $x\in\left\{\begin{pmatrix}1&2&3&4&5\\3&2&4&5&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&2&3&4&5\\5&2&1&3&4\end{pmatrix}\right\}$	2p 1p 2p
2. a)	$a=1\Rightarrow f\left(x\right)=x^3-x^2+x-1$ $f\left(-1\right)=\left(-1\right)^3-\left(-1\right)^2+\left(-1\right)-1=-1-1-1-1$ $f\left(-1\right)=-4$	1p 3p 1p
b)	$a=1\Rightarrow x^3-x^2+x-1=0\Rightarrow\left(x-1\right)\left(x^2+1\right)=0$ $x_1=1,\ x_2=-i,\ x_3=i$	3p 2p
c)	$x_1+x_2+x_3=1;\quad x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=a;\quad x_1^2+x_2^2+x_3^2=1-2a$	2p

www.mateinfo.ro

	$x_1^3+x_2^3+x_3^3=\left(x_1^2+x_2^2+x_3^2\right)-a\left(x_1+x_2+x_3\right)+3$ $10=1-2a-a\cdot 1+3$ $a=-2$	2p 1p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	$f(x)=3x^5+15x^4-10x^3-90x^2+x+1$ $f'(x)=3\cdot 5x^4+15\cdot 4x^3-10\cdot 3x^2-90\cdot 2x+1$ $f'(x)=15x^4+60x^3-30x^2-180x+1$	2p 2p 1p
b)	$f'(x)=15x^4+60x^3-30x^2-180x+m$ $f''(x)=60x^3+180x^2-60x-180$ $f''(x)=0\Rightarrow x_1=1;\ x_2=-1;\ x_3=-3$	1p 1p 3p
c)	f continuă $f''(x)>0,\ (\forall)x\in(-3,-1)\cup(1,\infty);\ f''(x)<0,\ (\forall)x\in(-\infty,-3)\cup(-1,1)$ Punctele de inflexiune : $A(-3;-54-3m+n);\ B(-1;-68-m+n);\ C(1;-82+m+n)$ $\begin{vmatrix}-3 & -54-3m+n & 1\\ -1 & -68-m+n & 1\\ 1 & -82+m+n & 1\end{vmatrix}=0$	1p 2p 2p
2. a)	$\mathcal{I}_1=\int_0^1(1+x)2^x\,dx=(1+x)\frac{2^x}{\ln 2}\Big\vert_0^1-\int_0^1\frac{2^x}{\ln 2}dx$ $=\frac{3}{\ln 2}-\frac{1}{\ln^2 2}$	3p 2p
b)	$\mathcal{I}_{n+1}-\mathcal{I}_n=\int_0^1(1+x)^n\cdot x\cdot 2^x\,dx$ $(1+x)^n\cdot x\cdot 2^x\geq 0,\ (\forall)x\in[0,1]\Rightarrow(\mathcal{I}_n)_{n\geq 1}$ șir crescător	3p 2p

www.mateinfo.ro

c)	$\mathcal{I}_n = (1+x)^n \frac{2^x}{\ln 2}\Big\|_0^1 - \int_0^1 n(1+x)^{n-1} \frac{2^x}{\ln 2} dx$	2p
	$\mathcal{I}_n = \frac{2^n \cdot 2}{\ln 2} - \frac{1}{\ln 2} - \frac{n}{\ln 2}\mathcal{I}_{n-1}$	2p
	$\mathcal{I}_n \cdot \ln 2 = 2^{n+1} - 1 - n\mathcal{I}_{n-1}$	1p

www.mateinfo.ro