

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 94

Prof: Tomiță Liliana

- ♦ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- ♦ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- ♦ Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$a_n = a_1 + (n-1)r \Rightarrow a_{50} = a_1 + 49r$ $a_{50} = -144$	3p 2p
2.	$T_{k+1} = C_n^k \cdot a^{n-k} \cdot b^k$ $T_8 = C_{20}^7 (2x)^{14} (-y)^7$ $T_8 = -C_{20}^7 \cdot 2^{14} \cdot x^{14} y^7$	1p 2p 2p
3.	$\sqrt[3]{4} = \sqrt[12]{256}$ $\sqrt[4]{6} = \sqrt[12]{216}$ $\sqrt[4]{6} < \sqrt[3]{4} < \sqrt[12]{280}$	2p 2p 1p
4.	$\sin 105^\circ = \sin (60^\circ + 45^\circ)$ $\sin 105^\circ = \sin 60^\circ \cos 45^\circ + \sin 45^\circ \cos 60^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$	2p 3p
5.	$\cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{a} \cdot \vec{b} } = \frac{m+1}{\sqrt{m^2+1} \cdot \sqrt{2}}$ $\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{m+1}{\sqrt{m^2+1} \cdot \sqrt{2}} \Rightarrow m = 0$	2p 3p
6.	$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, p = \frac{a+b+c}{2}$ $p = 7$	2p 1p

	$S = 2\sqrt{14}$	2p
--	------------------	----

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$\det A = \begin{vmatrix} m & 1 & 1 \\ 1 & 2m & 1 \\ 1 & 1 & m \end{vmatrix} = 2m^3 - 4m + 2$ $\det A = 2(m^3 - 2m + 1) \neq 0, (\forall) m \in \mathbb{Z}$	3p 2p
b)	$m = 1 \Rightarrow \det A = 0$ Sistemul este compatibil simplu nedeterminat $S = \{(4 - u; 0; u) / u \in \mathbb{C}\}$	1p 2p 2p
c)	$\det A \neq 0 \Leftrightarrow m \in \mathbb{R} \setminus \left\{ 1; \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}; \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \right\}$ $x = \frac{2(2m-1)}{m^2+m-1}, y = \frac{2(m-1)}{m^2+m-1}, z = \frac{2(2m-1)}{m^2+m-1}$	2p 3p
2. a)	$(\forall) x, y \in G \Rightarrow x * y \in G$ $x * y = (x + 2)(y + 2) - 2$ $(x + 2)(y + 2) > 0 \Rightarrow x * y > -2$	1p 2p 2p
b)	$(x * y) * z = x * (y * z), (\forall) x, y, z \in G$ $x * y = y * x, (\forall) x, y \in G$ $e = -1$ $x' = \frac{1}{x+2} - 2$ $(G, *)$ grup	1p 1p 1p 1p 1p
c)	$f : G \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \ln(x + 2)$ - izomorfism $f(x * y) = f(x) + f(y), (\forall) x, y \in G$	1p

	f - bijectivă	2p
		2p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	$y - f(1) = f'(1)(x - 1)$	1p
	$f'(x) = \frac{1 - 2 \ln x}{x^3}$	2p
	$y = x - 1$	2p
b)	$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = -\infty \Rightarrow x = 0$ asimptotă verticală la dreapta	2p
	$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0 \Rightarrow y = 0$ asimptotă orizontală spre ∞	3p
c)	$g(x) = \frac{1}{x^2}, x \in (0, 1), g$ continuă pe $\left[\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right]$	1p
	$g'(x) = -\frac{2}{x^3}, x \in (0, 1), g$ derivabilă pe $\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right)$	1p
	$(\exists) c \in \left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right)$ a.î. $g\left(\frac{1}{2}\right) - g\left(\frac{1}{3}\right) = g'(c) \cdot \frac{1}{6}$	3p
	$c = \frac{1}{\sqrt[3]{15}}$	
2. a)	$4\mathcal{I}_n + \mathcal{I}_{n+1} = \int_0^1 x^n dx$	3p
	$\int_0^1 x^n dx = \frac{1}{n+1}$	2p
b)	$\mathcal{I}_2 = \int_0^1 \frac{x^2}{x+4} dx$	1p
	$\mathcal{I}_2 = \int_0^1 \left(x - 4 + \frac{16}{x+4} \right) dx$	2p

	$\mathcal{I}_2 = -\frac{7}{2} + 16 \ln \frac{5}{4}$	2p
c)	$\mathcal{I}_{n+1} - \mathcal{I}_n \leq 0, (\forall) n \geq 1 \Rightarrow (\mathcal{I}_n)_{n \geq 1}$ monoton descrescător	2p
	$\mathcal{I}_n \geq 0, (\forall) n \geq 1$	1p
	$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathcal{I}_n = 0$	2p