

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 8

Prof. Andrei Lenuța

SUBIECTUL I		(30 de puncte)
1.	102	5p
2.	0	5p
3.	770	5p
4.	25	5p
5.	13	5p
6.	30	5p
SUBIECTUL II		(30 de puncte)
1.	Desenează tetraedrul regulat Notează tetraedrul regulat MNPQ	4p 1p
2.	$10a-16b=a-b+9a-15b$ $=17+3(3a-5b)$ $=17+3\cdot 23=86$	2p 2p 1p
3.	Notăm cu x numărul de probleme rezolvate în prima zi de Andrei $\Rightarrow$ $x+x+5+x+10+x+15=110$ $4x+30=110 \Rightarrow 4x=80 \Rightarrow x=20$ (probleme a rezolvat Andrei în prima zi) In nicio zi numărul problemelor rezolvate nu este prim.	2p 2p 1p
4.	a) $f(0)=3\cdot 0-3=-3 \Rightarrow A(0,-3)$ $f(1)=3\cdot 1-3=0 \Rightarrow B(1,0)$ Reprezentarea celor două puncte sau alte două puncte de pe grafic corect în sistemul de axe xOy Trasarea graficului funcției f	1p 1p 2p 1p
	b) $A(x,y) \in G_f \Leftrightarrow f(x)=y$ $x=y \Rightarrow f(x)=y \Rightarrow 3x-3=x$ $2x=3 \Rightarrow x=\frac{3}{2} \Rightarrow A\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$	1p 2p 2p
5	$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2$ $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7^2 - 2 = 47$	3p 2p

SUBIECTUL III		(30 de puncte)
1.	<p>a) $\left. \begin{array}{l} DM \perp AB, M \in (AB) \\ CN \perp AB, N \in (AB) \end{array} \right\} \Rightarrow AM = NB = 10 \text{ m}$</p> <p>În $\triangle ADM$ $m(\sphericalangle M) = 90^\circ$ și $m(\sphericalangle A) = 45^\circ \Rightarrow \triangle ADM$ dreptunghic și isoscel $\Rightarrow AM = MD = 10 \text{ m}$</p> <p>$A_{ABCD} = \frac{(AB + CD) \cdot DM}{2} = 900 \text{ m}^2$</p>	<p>2p</p> <p>1p</p> <p>2p</p>
	b) $A_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot CN}{2} = 500 \text{ m}^2$	5p
	<p>c) $P_{ABCD} = AB + DC + 2AD = 180 + 20\sqrt{2}$</p> <p>$2P_{ABCD} = 360 + 40\sqrt{2} \approx 416,4 \text{ m}$</p>	<p>3p</p> <p>2p</p>
2.	<p>a) $\triangle ABC, m(\sphericalangle B) = 90^\circ \xrightarrow{T.P} AC^2 = AB^2 + BC^2 = 10000 + 6400 = 16400$</p> <p>$\Rightarrow AC = \sqrt{16400} = 20\sqrt{41} \text{ cm}$</p> <p>$\triangle ACA', m(\sphericalangle A) = 90^\circ \xrightarrow{T.P} AA'^2 = A'C^2 - AC^2 = 20000 - 16400 = 3600 \Rightarrow AA' = 60 \text{ cm}$</p>	<p>2p</p> <p>3p</p>
	<p>b) Fie $DM \perp D'B, M \in (D'B) \Rightarrow d(D, D'B) = DM$</p> <p>$DM = \frac{DD' \cdot BD}{D'B}$</p> <p>$= \frac{60 \cdot 20\sqrt{41}}{100\sqrt{2}} = \frac{12\sqrt{41}}{\sqrt{2}} = 6\sqrt{82} \text{ cm}$</p>	<p>1p</p> <p>2p</p> <p>2p</p>
	<p>c) $40 \text{ l} = 40000 \text{ cm}^3$</p> <p>Fie x înălțimea la care se ridică apa $\Rightarrow V = A_{ABCD} \cdot x$</p> <p>$40000 \text{ cm}^3 = 8000 \cdot x \Rightarrow x = 40000 : 8000$</p> <p>$x = 5 \text{ cm}$</p>	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>2p</p> <p>1p</p>

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 9

Prof. Andrei Lenuța

SUBIECTUL I		(30 de puncte)
1.	42	5p
2.	$(-\infty; 1]$	5p
3.	4	5p
4.	192	5p
5.	26	5p
6.	6	5p
SUBIECTUL II		(30 de puncte)
1.	Desenează prisma triunghiulară regulată Notează prisma triunghiulară regulată	4p 1p
2.	Fie x suma pe care o are Nicoleta $\Rightarrow 3x + \frac{x}{3} + 27 = 287$ $\Rightarrow \frac{10x}{3} + 27 = 287 \Rightarrow \frac{10x}{3} = 260$ $\Rightarrow x = 260 \cdot \frac{3}{10} = 78$	2p 2p 1p
3.	$\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a - b}$ $E = \frac{\sqrt{2} - 1}{2 - 1} + \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3 - 2} + \dots + \frac{\sqrt{2012} - \sqrt{2011}}{2012 - 2011}$ $E = -1 + \sqrt{2012}$	1p 3p 1p
4.	a) $f(0) = 3 \cdot 0 - 2 = -2 \Rightarrow A(0, -2)$ $f(1) = 3 \cdot 1 - 2 = 1 \Rightarrow B(1, 1)$ Reprezentarea celor două puncte sau alte două puncte de pe grafic corect în	1p 1p 2p

	sistemul de axe xOy Trasarea graficului funcției f	1p
	b) Aflăm punctul de intersecție al graficului funcției f cu axa Oy $\Rightarrow A(0, -2)$ Aflăm punctul de pe graficului funcției f care are ordonata egală cu 1 $\Rightarrow B(1, 1)$ ΔMAB este dreptunghic, deci distanța de la M la graficul funcției f este înălțimea corespunzătoare ipotenuzei, $MC \perp AB, C \in (AB)$ $\Rightarrow d(M, G_f) = MC$ Aplicăm teorema lui Pitagora în ΔMAB pentru a afla lungimea lui $AB \Rightarrow AB^2 = MA^2 + MB^2 = 3^2 + 1^2 = 10 \Rightarrow AB = \sqrt{10}$ $MC = \frac{MB \cdot MA}{AB} \Rightarrow MC = \frac{3 \cdot 1}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$	1p 1p 1p 1p 1p
5	$4x^2 - 4x + 9y^2 + 6y + 5 = 4x^2 - 4x + 1 + 9y^2 + 6y + 1 + 3$ $4x^2 - 4x + 1 = (2x - 1)^2$ $9y^2 + 6y + 1 = (3y + 1)^2$ $(2x - 1)^2 \geq 0, (3y + 1)^2 \geq 0$ $4x^2 - 4x + 9y^2 + 6y + 5 > 0$	1p 1p 1p 1p 1p
SUBIECTUL III		(30 de puncte)
1.	a) Notăm VABCD piramida, O centrul bazei ABCD, M mijlocul laturii BC În ΔVOM ($m(\angle O) = 90^\circ$) $\Rightarrow VO^2 = VM^2 - OM^2$ OM apotema bazei $\Rightarrow OM = 4\text{ m}$ $VO^2 = 5^2 - 4^2 = 9 \Rightarrow VO = 3\text{ m}$	1p 2p 1p 1p
	b) $A_t = A_l + A_b, A_l = \frac{p_b \cdot a_p}{2}, A_b = l^2$ $A_l = \frac{4 \cdot 8 \cdot 5}{2} = 80\text{ m}^2$ $A_b = 64\text{ m}^2 \Rightarrow A_t = 80\text{ m}^2 + 64\text{ m}^2 = 144\text{ m}^2$ $8 \cdot 144\text{ m}^2 + 8 \cdot 1\text{ m}^2 = 1160\text{ m}^2$	1p 2p 1p 1p
	c) $V = \frac{A_b \cdot h}{3}$ $V = \frac{64 \cdot 3}{3} = 64\text{ m}^3$	1p 3p

	64:3=21,(3), deci pot sta 21 de persoane în cort.	1p
2.	<p>a) Fie ABCD trapezul dreptunghic, $AB=10m, CD=8m, m(\sphericalangle B)=60^0$, $CM \perp AB \Rightarrow MB=2m \Rightarrow BC=4m$ În $\triangle CMB, m(\sphericalangle M)=90^0 \Rightarrow CM^2 = BC^2 - MB^2 \Rightarrow CM^2 = 4^2 - 2^2 = 12$ $\Rightarrow CM = 2\sqrt{3}$ $P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD = 10m + 4m + 8m + 2\sqrt{3}m = 2(11 + \sqrt{3})m$</p>	1p 1p 2p 1p
	<p>b) $A_{ABCD} = \frac{(AB + CD) \cdot CM}{2}$ $= \frac{(10 + 8) \cdot 2\sqrt{3}}{2} = 18\sqrt{3}m^2 \approx 32m^2$</p>	2p 3p
	c) $32 \cdot 17,50 = 580 \text{ lei} < 590 \text{ lei}$, deci sunt suficienți	5p

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 10

Prof. Andrei Lenuța

SUBIECTUL I		(30 de puncte)
1.	-3	5p
2.	9	5p
3.	5	5p
4.	44	5p
5.	6	5p
6.	169	5p
SUBIECTUL II		(30 de puncte)

1.	Desenează paralelipiped dreptunghic Notează paralelipiped dreptunghic	4p 1p
2.	Fie a,b,c suma primită de ocupantul locului I, al II-lea respectiv al III-lea $\Rightarrow a + b + c = 330$ $\{a, b, c\}$ i.p. $\{1, 2, 3\} \Rightarrow a = 2b = 3c \Rightarrow a = k, b = \frac{k}{2}, c = \frac{k}{3}$ $k + \frac{k}{2} + \frac{k}{3} = 330 \Rightarrow \frac{6k + 3k + 2k}{6} = 330 \Rightarrow \frac{11k}{6} = 330 \Rightarrow k = 180$ $\Rightarrow a = 180 \text{ lei}, b = 90 \text{ lei}, c = 60 \text{ lei}$	1p 1p 2p 1p
3.	Notăm $a = n^2 + 5n + 2$ $\Rightarrow x = a(a+2) + 1 = a^2 + 2a + 1$ $(a+1)^2 = (n^2 + 5n + 3)^2$, deci x este pătrat perfect pentru orice $n \in \mathbb{N}$.	1p 2p 2p
4.	a) $E(1) = \left(\frac{1}{1+2} + \frac{1}{1-2} \right) : \frac{2 \cdot 1}{1-2}$ $= \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{-1} \right) : \frac{2}{-1} = \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{3} \right) : \frac{2}{-1}$ $= -\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{1}{2} \right)$ $= \frac{1}{3}$	1p 1p 2p 1p
	b) $E(x) = \frac{x-2+x+2}{(x+2)(x-2)} : \frac{2x}{x-2}$ $= \frac{2x}{(x+2)(x-2)} : \frac{2x}{x-2}$ $= \frac{2x}{(x+2)(x-2)} \cdot \frac{x-2}{2x} = \frac{1}{x+2}$	2p 1p 2p
5	$A(1, m) \in G_f \Leftrightarrow f(1) = m$ $f(1) = 2 \cdot 1 + 1 = 3$ $m = 3$	2p 2p 1p
SUBIECTUL III		(30 de puncte)
1.	a) $A = L \cdot l$ $A = 1500 \cdot 100 = 150000 \text{ m}^2$ $A = 15 \text{ ha}$	1p 2p 2p
	b) 9,375 tone grâu obținute de pe 3,75ha	5p

	c) $9,375\text{t}=9375\text{kg}$	5p
2.	<p>a) MN linie mijlocie în $\triangle ABC \Rightarrow MN \parallel AB, MN = \frac{AB}{2} = 3\text{ cm}$, dar</p> <p>$AB \perp AC \Rightarrow MN \perp AC$</p> <p>$\left. \begin{array}{l} ME \perp (ABC) \\ MN \perp AC \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Th.3}\perp} NE \perp AC \Rightarrow d(N, AC) = NE$</p> <p>În $\triangle EMN, m(\angle EMN) = 90^\circ \xrightarrow{\text{Th. Pitagora}} EN^2 = EM^2 + MN^2 = 16 + 9 = 25$ $EN = 5\text{ cm}$</p>	<p>2p</p> <p>1p</p> <p>2p</p>
	<p>$AC \perp MN$</p> <p>b) $\left. \begin{array}{l} AC \perp EN \\ MN, EN \subset (EMN) \end{array} \right\} \Rightarrow AC \perp (EMN)$</p>	5p
	<p>$(EAC) \cap (ABC) = AC$</p> <p>c) $\left. \begin{array}{l} MN \perp AC, MN \subset (ABC) \\ EN \perp AC, EN \subset (EAC) \end{array} \right\} \Rightarrow \sphericalangle((EAC), (ABC)) = \sphericalangle(MN, NE) = \sphericalangle MNE$</p> <p>$\sin(\sphericalangle MNE) = \frac{\text{cat.opusă}}{\text{ip.}} = \frac{ME}{NE} = \frac{4}{5}$</p>	<p>3p</p> <p>2p</p>